

Описание кинетики роста коротких поверхностных усталостных трещин с использованием параметров кривой усталости

Г. В. Цыбанев

Институт проблем прочности им. Г. С. Писаренко НАН Украины, Киев, Украина

Для описания кинетики зарождения и роста коротких поверхностных трещин в металлах и сплавах развит подход, базирующийся на деформационных кривых, полученных в области малоциклового усталости. Ввиду известной связи напряжение–деформация по Рамбергу–Осгуду деформационные кривые усталости заменены традиционными кривыми усталости. Анализ известных экспериментальных данных показывает, что кинетику зарождения и роста коротких поверхностных усталостных трещин можно описывать с помощью параметров кривых усталости, полученных как в области мало-, так и многоциклового усталости, что расширяет информативность таких результатов.

Ключевые слова: параметры кривой усталости, расчетная и экспериментальная долговечность, кинетика роста короткой трещины, начальная и конечная длина трещины.

Введение. Многоцикловое разрушение материалов является многостадийным процессом [1–3], основные стадии которого включают инкубацию зародыша трещины, рост микроструктурно и физически коротких трещин, образование магистральной трещины и ее рост до полного разрушения. Поскольку при многоциклового усталости две первые стадии могут занимать большую часть долговечности материалов и элементов конструкций [4, 5], для прогнозирования длительности их протекания, а также для оценки остаточного ресурса конструктивных элементов необходимо использовать характеристики, описывающие скорость и кинетику усталостного повреждения на этих стадиях.

Традиционное применение в расчетах усталостной долговечности и живучести элементов конструкций кривых усталости и кинетических диаграмм усталостного разрушения не всегда может дать необходимую надежность в оценках степени повреждения материала. В то же время определение длительности стадий зарождения усталостной трещины и наблюдение ее роста в пределах одного и нескольких структурных элементов материала (например, зерна) требуют наличия специального оборудования и подготовки исследуемой поверхности, математического обеспечения для хранения и обработки результатов. Весьма дискуссионным является также определение размера трещины (и соответственно числа циклов нагружения), который необходимо принимать за момент зарождения усталостной трещины. Зачастую исследователи в зависимости от имеющихся возможностей измерения принимают его от нескольких микрометров до видимой трещины (~1 мм) [6–9]. В [9] размер трещины 1 мм принят максимальным для физически коротких трещин.

При определении зарождения трещины в полосах скольжения, что наблюдается в “мягких” металлах, трудно установить момент, когда они являются только сдвигом по плоскости скольжения, а когда это разделение атомных связей – трещина.

В связи с изложенным представляется целесообразным развитие косвенных методов определения длительности стадий зарождения и роста коротких усталостных трещин подобно тому, как это предложено в работах [10–13]. Для материалов в области малоциклового усталости авторами установлена взаимосвязь между циклическими пластическими деформациями и скоростью роста короткой поверхностной

усталостной трещины, начиная от ее начального фиктивного значения в начале нагружения до определенной конечной длины. Это позволяет описать кинетику роста трещины в процессе циклического нагружения с помощью параметров кривой, полученной в области малоциклового усталости материала в деформационных координатах. Такой подход был использован для оценки скорости роста трещин и последующего построения кривых многоциклового усталости посредством данных по неупругому циклическому деформированию [14]. Поскольку многие высокопрочные конструкционные стали и сплавы в области многоциклового усталости деформируются упруго, ниже рассмотрена возможность использования параметров кривых усталости в координатах амплитуда напряжений – число циклов до разрушения для описания кинетики зарождения и роста коротких усталостных трещин.

Обоснование связи между параметрами экспоненциального роста короткой усталостной трещины и кривой усталости. В работах [10–13] показано, что экспериментальные данные по оценке роста эквивалентных усталостных трещин (ретроспективно измеренные как проекция наиболее длинной поверхностной трещины из нескольких на специально выделенной площадке образца при разных уровнях нагружения) при их длине в диапазоне $2 \cdot 10^{-5} \dots 2 \cdot 10^{-3}$ м достаточно хорошо аппроксимируются экспоненциальной зависимостью. Прямая линия в полулогарифмических координатах соответствует зависимости

$$a = a_0 \exp(k_1 N), \quad (1)$$

где a , N – текущие значения длины трещины и числа циклов нагружения; a_0 – длина трещины при экстраполяции N на ноль циклов; k_1 – коэффициент пропорциональности.

Уравнение (1) является решением дифференциального уравнения

$$da = k_1 a dN. \quad (2)$$

В работах [10–13] также установлена взаимосвязь между коэффициентом пропорциональности k_1 и уровнями стабилизированных малоциклового пластических деформаций, при которых проводились испытания:

$$k_1 = k_\varepsilon \varepsilon_{pl}^{m'}, \quad (3)$$

где k_ε и m' – параметры, определенные по методу наименьших квадратов с использованием полученных экспериментальных данных.

Решение уравнения (2) относительно dN с последующим интегрированием для определения длины трещины от ее значения при $N = 0$ (фиктивная трещина длиной a_0) до разрушения образца при $N = N_f$ (длина трещины a_f) позволяет найти число циклов нагружения до разрушения по зависимости

$$N_f = \frac{1}{k_1} \ln \left(\frac{a_f}{a_0} \right). \quad (4)$$

С учетом соотношений (3), (4) определяются параметры k_ε и m' через параметры уравнения Коффина–Мэнсона. В то же время известное степенное уравнение Рамберга–Осгуда [15] хорошо описывает пластическую составляющую диаграммы циклического деформирования в виде

$$\varepsilon_{pl} = \left(\frac{\sigma}{K'} \right)^n, \quad (5)$$

где K' , n – экспериментально определяемые параметры уравнения.

С учетом (5) уравнение (3) может быть записано следующим образом:

$$k_1 = k_\varepsilon \left(\frac{\sigma}{K'} \right)^{nm'}. \quad (6)$$

Обозначив $k_\sigma = k_\varepsilon (K')^{-nm'}$ и $m = nm'$, взаимосвязь вида (3) можно выразить не в деформационном (ε_{pl}), а в силовом (σ_a) представлении:

$$k_1 = k_\sigma \sigma_a^m, \quad (7)$$

где σ_a – амплитуда напряжения; k_σ и m определяются так же, как и аналогичные параметры уравнения (3), по параметрам кривой усталости в силовых координатах.

Располагая построенной по экспериментальным данным кривой усталости в виде

$$\sigma_a N_f^k = C \quad \text{или} \quad N_f = \left(\frac{C}{\sigma_a} \right)^{1/k}, \quad (8)$$

где C и k – экспериментальные параметры кривой усталости, параметры уравнения (7) определим из (8).

Приравняв правые части уравнений (4) и (8) и подставив в них k_1 из (7), получим

$$\frac{1}{k_\sigma \sigma_a^m} \ln \left(\frac{a_f}{a_0} \right) = \left(\frac{C}{\sigma_a} \right)^{1/k}, \quad (9)$$

откуда через параметры кривой усталости (8) вычислим m и k_σ :

$$m = \frac{1}{k}; \quad (10)$$

$$k_\sigma = C^{-1/k} \ln \left(\frac{a_f}{a_0} \right). \quad (11)$$

Таким образом, для установления зависимостей скорости роста усталостной трещины (РУТ) от ее длины и текущего значения длины трещины от числа циклов нагружения при разных амплитудах напряжения по уравнениям (1) и (2) и известных параметрах кривой усталости (8) неопределенными остаются отношение (a_f/a_0) и величина a_0 (или a_f).

Оценка начальной и конечной длин трещины для расчетного описания ее кинетики и скорости роста. Ранее [14] предложен способ определения величин a_f и a_0 при оценке долговечности сталей по критерию зарождения трещины. При этом указанные величины изменяются для разных уровней нагружения, что обусловлено структурно зависимой характеристикой материала a_0 , а также изменением длины трещины при окончательном разрушении a_f . Наиболее обоснованно значения a_f и

a_0 могут быть определены по экспериментальным данным. Результаты исследований [7] позволяют выполнить такую оценку. В настоящей работе величины a_f и a_0 определены по результатам цифровой обработки графиков зависимости длины поверхностной трещины от числа циклов нагружения в алюминиевом сплаве EN-AW 6082/T6 (образцы, вырезанные в поперечном (Т) и продольном (L) направлениях) при трех уровнях амплитуды напряжений σ_a (табл. 1). В табл. 1 также представлены значения k_1 и m , вычисленные по зависимостям (7), (10). Значения a_0 получены в результате экстраполяции линий регрессии $\ln a - N$ на значение $N = 0$, затем вычисляют отношения a_f/a_0 .

Т а б л и ц а 1

Параметры для расчета кинетики роста короткой трещины

Характеристики	σ_a , МПа, равная		
	200	250	300
m	<u>6,25</u>	<u>6,25</u>	<u>6,25</u>
	<u>6,67</u>	<u>6,67</u>	<u>6,67</u>
$k_1 \cdot 10^3$	<u>0,1412</u>	<u>0,3486</u>	<u>3,1367</u>
	<u>0,0708</u>	<u>0,2439</u>	<u>1,8614</u>
a_0 , мкм	<u>0,0114</u>	<u>2,8700</u>	<u>7,9498</u>
	<u>0,0364</u>	<u>0,0743</u>	<u>0,4701</u>
$\ln(a_f/a_0)$	<u>11,0644</u>	<u>5,9970</u>	<u>3,8269</u>
	<u>11,1673</u>	<u>9,9579</u>	<u>7,0664</u>

Примечания: 1. Над чертой приведены данные для образцов, вырезанных в поперечном направлении, под чертой – в продольном. 2. Амплитуды напряжений для каждого образца корректировались с целью их приведения к рассчитанной кривой усталости (линии регрессии) в соответствии с полученной в эксперименте долговечностью конкретного образца.

Как видно из данных табл. 1, снижение амплитуды напряжений, а следовательно повышение долговечности, приводит к уменьшению величины a_0 для обоих направлений образцов, что обусловлено увеличением части долговечности, необходимой для зарождения усталостной трещины одной и той же длины. Значения k_1 также уменьшаются.

Как и ранее [14], предполагается, что величина a_0 зависит от структурных характеристик материала: в [10] установлено, что зарождение усталостной трещины в сплаве EN-AW 6082/T6 происходит от сульфидных включений, размер которых в направлении L больше, чем в направлении Т. Из-за вытянутости включений в направлении L длина трещины a_0 при испытании образцов, вырезанных в направлении Т, значительно больше (для уровней напряжений 250 и 300 МПа), чем образцов, вырезанных в направлении L. При $\sigma_a = 200$ МПа эта закономерность не соблюдается, так как долговечность образцов в направлении L составляет более 10^5 цикл ($N_f = 139687$ цикл [10]). Поэтому в расчетах необходимо использовать параметры кривой в области многоциклового усталости, а приведенные в табл. 1 параметры определены по данным кривой в области малоциклового усталости, и все анализируемые образцы разрушались в этой области усталости.

Расхождение между уровнями напряжений при $\sigma_a = 200, 250$ и 300 МПа наблюдается и при сравнении кинетики роста коротких усталостных трещин. Это следует из данных сравнения рассчитанных по (4) и параметрам табл. 1 значений длин трещин a_p от текущего числа циклов нагружения N с экспериментальными a_s [7] (по уравнениям линий регрессии) при испытанных амплитудах напряжений образцов,

вырезанных в двух направлениях. Величину a_p вычисляли из (4) как текущее значение a_f , соответствующее определенной наработке циклов N :

$$a_p = a_0 e^{k_1 N}. \quad (12)$$

Как видно, формулы (1) и (12) – идентичны, так как описывают текущее значение длины трещины в зависимости от текущего значения N . Возможность определения a_p по (12) из (4) основана на том, что, как было отмечено выше, долговечность N_f в уравнении (4) получена из решения относительно N дифференциального уравнения (2) и последующего интегрирования по прорастанию трещины от a_0 до a_f при постоянном для заданного уровня амплитуды напряжения коэффициенте k_1 , являющимся относительным приращением трещины за один цикл нагружения. Поэтому текущее значение длины трещины в пределах $a_0 \dots a_f$ для каждого уровня амплитуды напряжений может быть рассчитано по (12) при любом текущем значении числа циклов нагружения от $N = 0$ до N_f . В табл. 2 результаты такого расчета приведены с произвольно выбранной дискретизацией числа циклов нагружения для каждого уровня амплитуды напряжений. Видно, что отклонение расчетной длины трещины по предложенным зависимостям от экспериментальной для всех испытанных образцов, кроме $\sigma_a = 200$ МПа для образцов в направлении L, находится в пределах не более $-1 \dots +14\%$. С учетом рассеяния использованных экспериментальных данных [10] как по кинетике роста трещин, так и полученных при испытаниях на усталость предложенный расчетный прогноз роста коротких трещин вполне приемлем.

Параметры роста коротких трещин в образцах (направление L) при $\sigma_a = 200$ МПа необходимо определять по данным, полученным в области многоциклового усталости, для которых показатель степени в уравнении (8) отличается от такового в малоциклового области из-за излома кривой усталости, что приведет к изменению коэффициентов m в уравнениях (10), k_σ – в (11), k_1 – в (7) и кинетики роста трещины согласно (4).

Наличие связи в виде уравнения (7), параметры которого определяются по (10), (11), позволяет прогнозировать кинетику роста коротких усталостных трещин для случаев, когда экспериментальные данные не содержат информации о циклическом пластическом деформировании материала. Особенно это касается области многоциклового усталости, в которой уровень микропластических деформаций для закаленных и высокопрочных материалов весьма низок ($\varepsilon_{pl} < 10^{-6}$ мм/мм) и не может быть надежно измерен современными экспериментальными методами, а следовательно, не может быть построена зависимость Коффина–Мэнсона. В таком случае возможность применения предложенного подхода опробована при построении кривой усталости по критерию зарождения трещины длиной 0,1 мм с использованием экспериментальных данных работы [16] (на рис. 1 точки).

Для построения таких кривых усталости необходимо располагать параметрами линии регрессии кривой усталости по окончательному разрушению (C и k (8)), величинами a_0 и a_f или их отношением и одной из этих величин для возможности использования уравнения (4). Ранее [14] принята и показана применимость логарифмической зависимости между a_0 и N_f в виде

$$\ln a_0 = A + B \lg N_f, \quad (13)$$

а также определены ее параметры, связанные со структурной единицей (зерно) исследуемых сталей. Величины a_f вычисляли через коэффициент интенсивности напряжений при большой скорости роста трещины [14], что совместно с опреде-

Сравнение экспериментальных значений a_f кинетики роста коротких усталостных трещин в сплаве EN-AW 6082/T6 с расчетными a_p

σ_a , МПа	Направление вырезки	N, N_f , цикл	a_f , мкм	a_p , мкм	a_f/a_p	
200	Т	50000	11,51461	13,24036641	0,869659	
		60000	49,58191	54,3410357	0,912421	
		70000	213,4998	223,0261664	0,957286	
		80000	919,3304	915,34271	1,004357	
		80250				
	L	70000	7,93	5,18	1,530888	
		80000	17,1	10,39	1,645813	
		100000	79,63	42,7	1,864871	
		120000	370,7	179,15	2,069216	
		130000	799,87	363,85	2,198351	
		139687				
	250	Т	5000	16,42852	16,40069	1,001696
			8000	46,80667	46,67136	1,002899
11000			133,3574	132,8124	1,004103	
14000			379,95	377,9435	1,005309	
17000			1082,52	1075,512	1,006516	
17203						
L		20000	9,20	9,76	0,942623	
		25000	30,73	33,04	0,930085	
		30000	102,54	111,86	0,916682	
		35000	342,15	378,71	0,903462	
		39000	897,17	1004,64	0,893026	
		40774				
300	Т	400	27,69141	27,88127062	0,99319	
		800	96,46021	97,78425259	0,98646	
		1200	336,0093	342,9456349	0,979774	
		1329				
	L	2000	19,02	19,45	0,977892	
		2500	47,96	49,34	0,972031	
		3000	120,94	125,15	0,966360	
		3500	305,01	317,42	0,960904	
		3958				

Примечание. В последней строке столбца N, N_f приведены числа циклов до разрушения N_f из [10] для каждой амплитуды напряжения и направления вырезки образцов, для которых расчет не выполнялся.

лением a_0 по (13) позволяет найти отношение (a_f/a_0) для использования в установленных зависимостях при расчете кинетики роста коротких усталостных трещин. Долговечность образцов с трещиной длиной $a_f = 0,1$ мм для нескольких уровней амплитуды напряжений определяли с использованием уравнения (4), где величины k_1 для каждого уровня амплитуды напряжений вычисляли по окончательному разрушению. Полученные расчетные результаты представляют кривую усталости $\sigma_a - N_f$, построенную по критерию зарождения трещины длиной 0,1 мм.

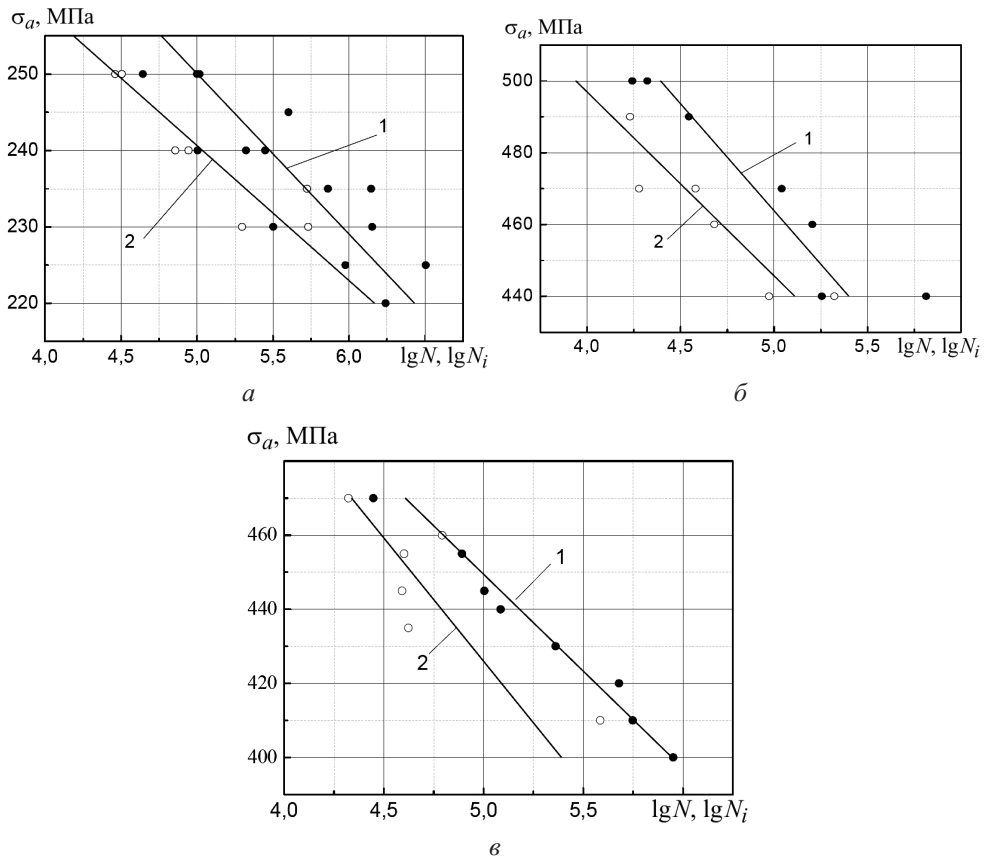


Рис. 1. Исходные кривые усталости (линии регрессии) сталей 45 (а), 40X (б), 12ХН3А (в), построенные по окончательному разрушению образцов (1) и по зарождению трещины длиной 0,1 мм (2).

На рис. 2 приведены расчетные и экспериментальные данные, полученные для сталей 45, 40X и 12ХН3А. Видно достаточно хорошее совпадение экспериментальных данных с расчетными. Для стали 40X линия регрессии и расчетная кривая усталости почти совпадают. Для двух других сталей различие между ними несколько больше.

Для примера используемые в расчетах по (4) величины k_1 , a_f , a_0 и сравнение экспериментальных значений долговечности стали 12ХН3А с расчетными, для которой различие в верхней части кривых усталости наибольшее, приведены в табл. 3. Кривые усталости по окончательному разрушению образцов и по зарождению поверхностной трещины длиной 0,1 мм аппроксимированы линиями регрессии со следующими параметрами соответственно:

$$\sigma_a N_f^{0,05236} = 819,119, \quad (14)$$

$$\sigma_a N_f^{0,05636} = 825,261. \quad (15)$$

Параметры уравнения (13) для исследуемых сталей определены в [14]. Для стали 12ХН3А имеем $A = -4,7799$; $B = 2,04$.

Расчетные значения долговечности стали 12ХН3А до зарождения трещины длиной 0,1 мм и величины для ее расчета

σ_a , МПа	$k_1 \cdot 10^5$	a_f/a_0	$a_0 \cdot 10^5$	$a_f \cdot 10^3$	$N_{i,p}$	$N_{i,p}/N_{i,перг}$
460	8,1600	4,9840	1,8926	2,765	20399,36	0,6389
450	5,7630	5,3559	1,3634	2,889	34575,30	0,7332
440	4,0182	5,7362	0,9748	3,022	57933,16	0,8245
430	2,7660	6,1253	0,6918	3,164	96563,95	0,9140
410	1,2603	6,9312	0,3399	3,480	268311,70	1,0907
400	0,8338	7,3491	0,2351	3,656	449720,90	1,1796

Примечание. $N_{i,p}$ и $N_{i,перг}$ – долговечность до зарождения трещины длиной 0,1 мм по предлагаемой методике и по линии регрессии, построенной согласно экспериментальным данным.

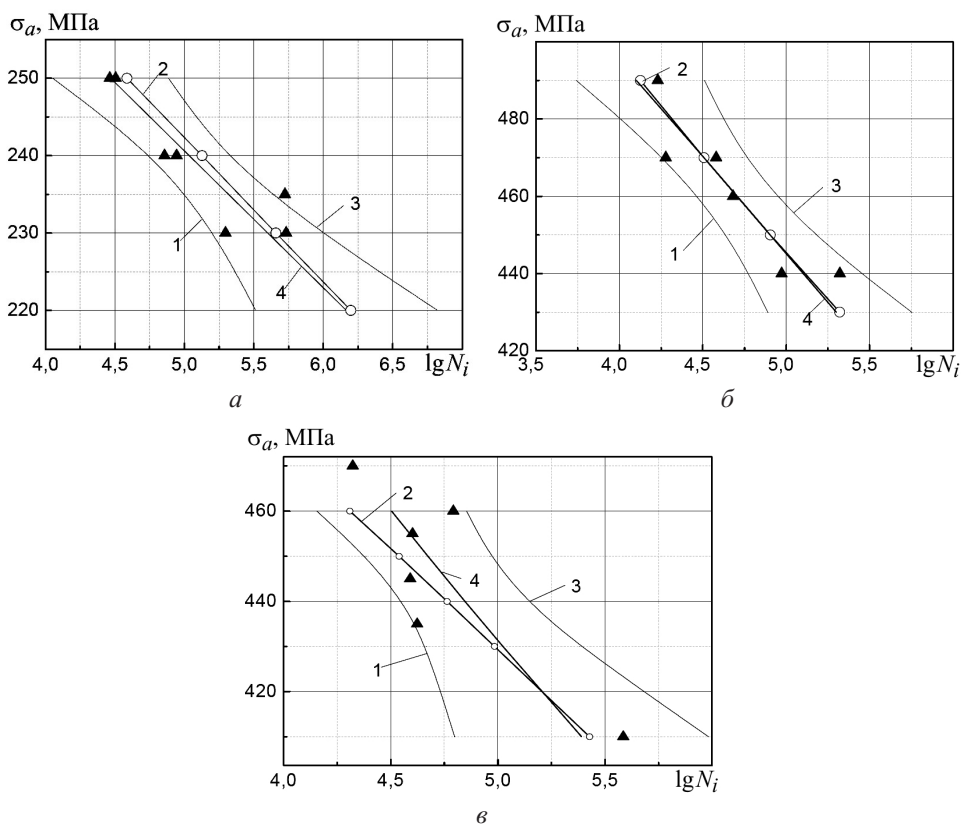


Рис. 2. Сравнение расчетных (кривые 2, светлые точки) кривых усталости по критерию зарождения поверхностной трещины длиной 100 мкм с экспериментальными (кривые 4, темные точки) для сталей 45 (а), 40Х (б), 12ХН3А (в): 1, 3 – границы доверительных интервалов линии регрессии 4 на уровне значимости $\alpha = 0,05$ (двусторонний критерий).

Несмотря на очевидное приемлемое совпадение экспериментальных кривых усталости с расчетными, на рис. 2 приведены доверительные интервалы линии

регрессии, которые свидетельствуют о том, что расчетные кривые усталости находятся в доверительном интервале экспериментальных кривых, построенном на уровне значимости 0,05. Граничные значения доверительных интервалов построены по известным зависимостям с использованием двустороннего критерия Стьюдента [17].

Отметим, что удовлетворительное совпадение расчетных данных с экспериментальными наблюдается также в случае их значительного рассеяния (рис. 2,в). Такое же рассеяние результатов имеет место для кривой усталости по окончательному разрушению. Поскольку параметры этой кривой существенно влияют на определение долговечности до зарождения трещины определенной длины, при низких коэффициентах корреляции ($< 0,7$) следует применять цензурирование выборок [18–20], что и было выполнено для сталей 40X и 12ХНЗА.

Выводы

1. Установлена возможность описания кинетики роста коротких усталостных трещин при малоциклового усталости с использованием параметров кривой усталости в координатах амплитуда напряжений – число циклов до разрушения.

2. Показана возможность использования параметров кривой в области многоциклового усталости в координатах амплитуда напряжений – число циклов до разрушения для расчетного построения кривой усталости по критерию зарождения усталостной трещины длиной 0,1 мм. Расчетные значения долговечности удовлетворительно совпадают с экспериментальными результатами и находятся в пределах двустороннего 95%-ного доверительного интервала линии регрессии, рассчитанной по данным эксперимента.

3. Полученные результаты позволяют повысить информативность кривых усталости, и при наличии дополнительных сведений о структуре исследуемого материала можно путем расчета определить стадии зарождения и роста коротких усталостных трещин в металлических материалах.

4. При дальнейшем применении предложенного подхода необходимо расширить класс исследованных материалов и определить величины структурных параметров, которые используются в установленных зависимостях, с последующим его развитием для описания зарождения и роста коротких трещин из концентраторов напряжений.

Резюме

Для опису кінетики зародження і росту коротких поверхневих тріщин у металах і сплавах розвинуто підхід, який базується на деформаційних кривих, отриманих в області малоциклової втоми. З огляду на відомий зв'язок напруження–деформація за Рамбергом–Осгудом деформаційні криві втоми замінено традиційними кривими втоми. Аналіз відомих експериментальних даних показує, що кінетику зародження і росту коротких поверхневих тріщин втоми можна описувати за допомогою параметрів кривих втоми, отриманих як в області мало-, так і багатоциклової втоми, що розширює інформативність таких результатів.

1. McDowell D., Gall K., Horstemeyer M., and Fan J. Microstructure-based fatigue modeling of cast A356-T6 alloy. *Eng. Fract. Mech.* 2003. **70**. P. 49–80.
2. Giang N. A., Özden U. A., Bezold A., and Broeckmann C. A modified multistage fatigue model to study the fatigue life of forged HS6-5-3 tool steel under high cycle fatigue. *Proc. Appl. Math. Mech.* 2013. **13**. P. 85–86.
3. Xue Y., McDowell D. L., Horstemeyer M. F., et al. Microstructure-based multistage fatigue modeling of aluminum alloy 7075-T651. *Eng. Fract. Mech.* 2007. **74**. P. 2810–2823.

4. Miller K. J. The behaviour of short fatigue cracks and their initiation. Part II – A general summary. *Fatigue Fract. Eng. Mater. Struct.* 1987. **10**. P. 93–113.
5. Трощенко В. Т., Хамаза Л. А. Механика рассеянного усталостного повреждения металлов и сплавов. Киев: Изд. Ин-та проблем прочности им. Г. С. Писаренко НАН Украины, 2016. 412 с.
6. Nakai Y. Evaluation of fatigue damage and fatigue crack initiation process by means of atomic-force microscopy. *Mater. Sci. Res. Int.* 2001. **7**, No. 2. P. 73–81.
7. Wang X. S., Yan C. K., Li Y., et al. SEM in-situ investigation on failure of nanometallic film/substrate structures under three-point bending loading. *Int. J. Fracture*. 2008. **151**, No. 2. P. 269–279.
8. Marrow T. J., Buffiere J.-Y., Withers P. J., et al. High resolution X-ray tomography of short fatigue crack nucleation in austempered ductile cast iron. *Int. J. Fatigue*. 2004. **26**. P. 717–725.
9. ASTM E 647-13. Standard Test Method for Measurement of Fatigue Crack Growth Rates. West Conshohocken (PA): Annual Book of ASTM Standards, 2013.
10. Polák J. and Zezulka P. Short crack growth and fatigue life in austenitic-ferritic duplex stainless steel. *Fatigue Fract. Eng. Mater. Struct.* 2005. **28**. P. 923–935.
11. Jiša D., Liškutin P., Kruml T., and Polák J. Small fatigue crack growth in aluminium alloy EN-AW 6082/T6. *Int. J. Fatigue*. 2010. **32**. P. 1913–1920.
12. Polák J. Plastic strain-controlled short crack growth and fatigue life. *Int. J. Fatigue*. 2005. **27**. P. 1192–1201.
13. Polák J., Petrevec M., Man J., and Obrtlík K. Initiation and short crack growth in austenitic-ferritic duplex steel-effect of positive mean stress. *Fatigue Fract. Eng. Mater. Struct.* 2011. **35**. P. 257–268.
14. Цыбанев Г. В. Применение деформационного критерия к описанию роста коротких усталостных трещин. *Пробл. прочности*. 2013. № 1. С. 43–52.
15. Ramberg W. and Osgood W. R. Description of Stress–Strain Curves by Three Parameters. Technical Note NACA-TN-902. NACA. Washington, DC, 1943.
16. Драган В. И. Влияние вида напряженного состояния и концентрации напряжений на характеристики сопротивления усталостному разрушению сталей: Автореф. дис. ... канд. техн. наук. Киев, 1982. 24 с.
17. Закс Л. Статистическое оценивание. М.: Статистика, 1976. 598 с.
18. Скрипник В. М., Назин А. Е. Оценка надежности технических систем по цензурированным выборкам. Минск: Наука и техника, 1981. 144 с.
19. Grubbs F. E. Procedures for detecting outlying observations in samples. *Technometrics*. 1969. **11**, No. 1. P. 1–21.
20. Лемешко Б. Ю., Лемешко С. Б. Расширение области применения критериев типа Граббса, используемых при отбраковке аномальных измерений. *Измерит. техника*. 2005. № 6. С. 13–19.

Поступила 27. 06. 2017