

Граничний стан композиційної тришарової циліндричної оболонки під дією внутрішнього тиску

В. В. Астанін, М. М. Бородачов, С. Ю. Богдан, А. В. Балалаєв, Фаусто Патрісіо Франко Берналь

Національний авіаційний університет, Київ, Україна

Запропоновано метод визначення граничного стану циліндричної оболонки з днищем як тривимірного тіла, що знаходиться під дією внутрішнього тиску, без пошкоджень та з локальним пошкодженням у вигляді тріщини. Задача розв'язується експериментально та чисельно-аналітичним способом із використанням методу скінченних елементів.

Ключові слова: оболонка з композиційного матеріалу, пошкодження, ортотропний матеріал, граничний стан, тріщина, коефіцієнт інтенсивності напружень.

Вступ. Оболонки обертання (балони тиску, корпуси реактивних двигунів, ємності, баки, трубопроводи, відсіки фюзеляжу літака, корпуси ракети та ін.) широко використовуються в конструкціях літальних апаратів, а також в транспортному машинобудуванні, будівництві. Відповідно до вимог, які висуваються до цих виробів, зменшити їх вагу без відповідних міцнісних втрат стало можливим лише з появою технологічного обладнання та армуючих напівфабрикатів, здатних формувати багатокомпонентні складноармовані конструкції. На сьогодні одним з існуючих технологічно-конструктивних рішень є використання так званих шаруватих або сендвічних композиційних матеріалів (КМ). Шаруватий КМ – це матеріал, який складається з пакета послідовно складених шарів, що мають свою товщину та кут орієнтації волокон відносно загальної системи координат. Між несівними шарами є легкий заповнювач для запобігання їх зближення та забезпечення сумісної роботи при дії різних силових чинників [1, 2].

Метою роботи є проведення спеціального експерименту, в якому моделювалась робоча оболонка, навантажена внутрішнім гідростатичним тиском P (рис. 1).

Методика експериментального дослідження. Розглядається робоча оболонка у вигляді прямого кругового циліндра сендвічевого поперечного перерізу, шари якого послідовно формувались на сталеву оснастку за допомогою технології вакуумної інфузії. За внутрішній і зовнішній шари слугувала багатошарова двонаправлена карбонова тканина з кутом армування волокон 45° [3].

Для навантаження циліндричного елемента оболонки під дією внутрішнього тиску було сконструйовано систему герметизації (рис. 1). Із метою запобігання проникнення робочої рідини в шари композита в процесі навантаження внутрішню поверхню оболонки захистили гумовою вставкою. Торцеві штуцери та манжети фіксувалися зовнішніми притискними плитами та чотирма сталевими шпильками, розміщеними по периметру.

Нагнітання тиску подавалося на штуцер від насосної станції випробувальної машини ZDMU-30 [4, 5]. Деформації зразка визначались у центральному перерізі труби на діаметрально протилежних частинах. У цьому перерізі в осьовому і круговому напрямках наклеювали шість п'ятиміліметрових тензорезисторів типу КФ-5П1-10-200-А-12.

Процес збору й обробки поточних значень деформацій та їх вивід здійснюються за допомогою багатофункціональної мобільної системи. Даний інформаційно-вимі-

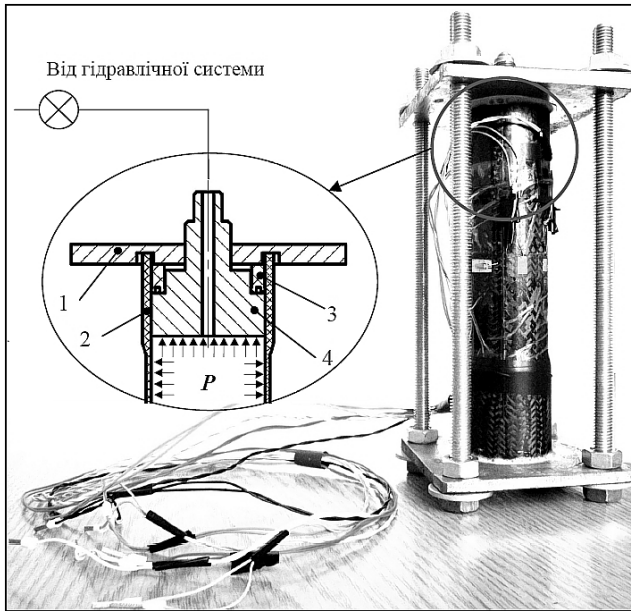


Рис. 1. Загальний вид експериментальної установки: 1 – притискальна плита; 2 – зразок; 3 – гідравлічний манжет; 4 – штуцер напірний.

рювальний комплекс складається з комп'ютера з платами розширення, монітора, клавіатури та 30 тензопідсилювачів із можливістю обробки аналогових та цифрових параметрів. Електричні сигнали, отримані з датчиків, за допомогою передавальних функцій, що сформовані у прикладних програмах обробки аналогових і цифрових параметрів типу Matlab, LMS Imagine.Lab AMESim та LabView, перетворюються в фізичні величини.

Передавальна функція тензорезистора, яка визначала деформацію поверхні зразка від вхідних електричних сигналів ΔU , формувалася наступним чином:

$$\varepsilon = kA,$$

де $k = \frac{100\Delta R}{RSn}$ – ціна поділки реєструючого пристрою, %/мм; ΔR – приріст опору робочого плеча моста; R – опір тензорезистора; S – тензочутливість тензорезистора, $S = 2, 1 \dots 2, 18$; n – показання реєструючого пристрою при розбалансуванні на 1 Ом.

У напірній магістралі силового гідроциліндра випробувальної машини встановлювався датчик тиску (фірма Danfoss) з діапазоном вимірювання 0..400 бар. Перед початком випробувань виконувалося калібрування каналу вимірювання зусилля з використанням еталонного динамометра типу ДОУ-5.

Апроксимацію функції перетворення каналу вимірювання зусилля нагнітання тиску P за вихідним сигналом датчика проводили наступним чином:

$$P = k_p (U - U_0),$$

де k_p – коефіцієнт передачі вимірювального каналу; U – виміряний за допомогою інформаційно-обчислювального комплексу вихідний сигнал датчика тиску; U_0 – вихідний сигнал датчика тиску при нульовому навантаженні.

Максимальне значення відхилень калібрування становить 0,08 кН, що складає 0,16% діапазону калібрування.

За отриманими сигналами з вимірювальних засобів у лістингу головної програми проводяться обробка та подальший інтерактивний вивід модулів відносних деформацій поверхні трубчатого зразка у вигляді графічних залежностей (рис. 2).

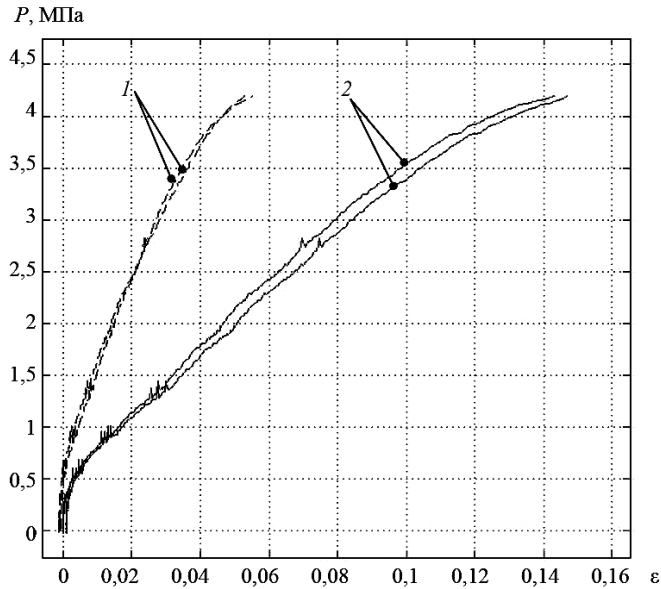


Рис. 2. Залежність відносної деформації ε в центральному перерізі труби на зовнішній поверхні оболонки від величини внутрішнього тиску P в осьовому (1) і коловому (2) напрямку.

Як видно, характер деформування оболонки з деякого значення внутрішнього тиску P і до руйнування, окрім початкової області, практично лінійний, що притаманно для тришарових панелей, деформації яких під час навантаження малі (не перевищують товщину стінок оболонки) [6]. Відсутність деформацій майже до 0,35 МПа зумовлена деяким початковим стисненням заповнювача, коли наступні шари оболонки не зазнають навантаження.

Отримані експериментальні дані приймаються за початкові при теоретичному розрахунку оболонки.

Чисельне моделювання та дослідження напружено-деформованого і граничного стану оболонки. Методом скінченних елементів (МСК) у пружній постановці за допомогою комп'ютерного програмного комплексу Cosmos виконано чисельні дослідження напружено-деформованого і граничного стану тришарової композиційної оболонки з днищем. Оболонка аналізувалася як тривимірне тіло.

У розрахунковій моделі стінка оболонки розглядалася як така, що має три шари КМ: внутрішній і зовнішній – матеріал Carbon CF/EP (вуглепластик), між ними – Balsa (деревина надлегка), днище – вуглецева сталь. Ефективні характеристики матеріалів у головних осях ортотропії наведено у табл. 1, де $\sigma_{u(x)}^+$, $\sigma_{u(y)}^+$, $\sigma_{u(x)}^-$, $\sigma_{u(y)}^-$, $\tau_{u(xy)}^{3c}$ – границі міцності композиційного матеріалу при розтязті, стиску і зсуві відповідно; σ_u , σ_γ – границя міцності та плинності сталі відповідно.

Конструктивний елемент зазнавав дії внутрішнього тиску P .

Розрахунки виконувались для двох типів досліджень: оболонка без пошкодження і з локальним пошкодженням у вигляді тріщини.

Аналіз скінченноелементних моделей відповідних розрахункових схем показав хорошу збіжність розрахункових даних з експериментальними.

Ефективні характеристики матеріалів оболонки

Матеріал	Модуль пружності, МПа	Модуль зсуву, МПа	Коефіцієнт Пуассона	Граничні характеристики, МПа
Carbon CF/EP	$E_x = 2,96 \cdot 10^4$ $E_y = 2,96 \cdot 10^4$ $E_z = 1,15 \cdot 10^4$	$G_{xy} = 2,00 \cdot 10^3$ $G_{yz} = 1,28 \cdot 10^3$ $G_{xz} = 1,28 \cdot 10^3$	$\nu_{xy} = 0,26$ $\nu_{yz} = 0,26$ $\nu_{xz} = 0,26$	$\sigma_{u(x)}^+ = 112$ $\sigma_{u(y)}^+ = 112$ $\sigma_{u(x)}^- = 46$ $\sigma_{u(y)}^- = 46$ $\tau_{u(xy)}^{zc} = 10$
Balsa	$E_x = 40,0$ $E_y = 40,0$ $E_z = 40,0$	$G_{xy} = 5,29$ $G_{yz} = 2,55$ $G_{xz} = 2,55$	$\nu_{xy} = 0,35$ $\nu_{yz} = 0,35$ $\nu_{xz} = 0,35$	$\sigma_{u(x)}^+ = 1,2$ $\sigma_{u(y)}^+ = 1,2$ $\sigma_{u(x)}^- = 1,2$ $\sigma_{u(y)}^- = 1,2$ $\tau_{u(xy)}^{zc} = 1,4$
Сталь	$E = 2,1 \cdot 10^5$	$G = 7,9 \cdot 10^4$	$\nu = 0,28$	$\sigma_u = 400$ $\sigma_Y = 220$

Оболонка без пошкодження. Застосування композитних матеріалів для різних галузей промисловості вимагає розробки та використання нових чисельно-математичних моделей у складних розрахункових схемах. Вірішення даної задачі досягається шляхом розробки нових скінченних елементів [7], що описують задану структуру композитного матеріалу, або моделювання роботи матеріалу з використанням існуючих програм [5]. Останній підхід дозволяє описувати складніші структури матеріалу.

Із метою оцінки точності розв'язку поставленої задачі вибір скінченноелементної моделі здійснювався з врахуванням важливих факторів, на які впливають густина сітки, фізико-механічні властивості розрахункової моделі, геометрія та властивості скінченних елементів. Шари стінки труби враховувалися при побудові скінченноелементної сітки. Кількість вузлів скінченноелементної моделі складає 922242, кількість елементів – 485881, число ступенів вільності – 2738061.

Геометричну схему конструктивного елемента наведено на рис. 3, розміри товщини шарів стінки оболонки – на рис. 4.

Для перевірки розрахункової схеми використовувалися результати експериментальних досліджень (рис. 1) та показання деформацій датчика у коловому напрямку ε^e (рис. 2). Ці показання порівнювалися з розрахунковими величинами деформацій ε^p . При навантаженні $P = 1$ МПа отримаємо $\varepsilon^e = 0,0034$, $\varepsilon^p = 0,003526$, розбіжність складає 3,6%.

Шляхом збільшення внутрішнього тиску оболонку доводили до повного руйнування. Руйнівне дослідне навантаження $P_{cr}^e = 4,2$ МПа.

Для шаруватих композитних матеріалів розрахункова величина граничного тиску визначалася за теорією найбільших напружень та за теорією Цая–Хілла. Щоб визначити, чи витримає шаруватий матеріал задане навантаження, спочатку розраховували

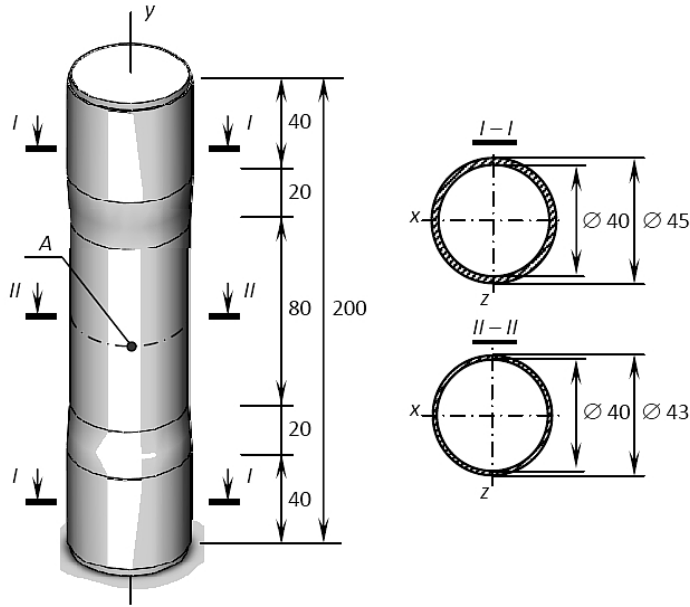


Рис. 3. Геометрична схема конструктивного елемента оболонки (A – місце розміщення датчика).

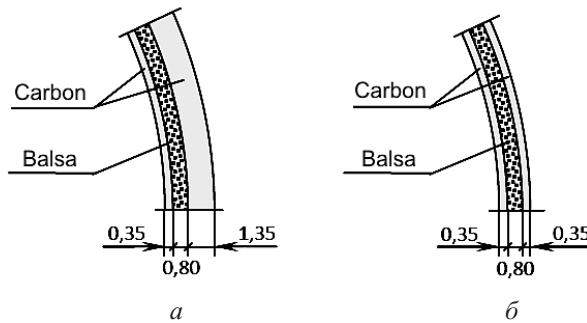


Рис. 4. Розміри товщини шарів стінки оболонки у перерізах I-I – а, II-II – б (рис. 3).

напруження у всіх шарах елемента. Потім використовувався критерій міцності, що базується на цих рівнях напружень.

Критерій міцності за найбільшими напруженнями має вигляд

$$\sigma_x \leq \sigma_{u(x)}^+ \quad (1)$$

На рис. 5 показано епюру напружень σ_x у небезпечній зоні розміщення датчика при навантаженні $P = 4$ МПа. Найбільше розрахункове тангенціальне напруження, що виникає на внутрішній циліндричній грані у перерізі II-II, складає $\sigma_x = 112,8$ МПа.

Отже, за критерієм (1) для внутрішнього шару оболонки з матеріалу Carbon CF/EP (табл. 1) величина внутрішнього тиску $P = 4$ МПа є граничною.

За руйнування шаруватого матеріалу в першому наближенні можна вважати руйнування першого шару на мікромеханічному рівні внаслідок руйнування волокон, розколювання матриці, руйнування поверхні з'єднання або міжфазної границі. Однак

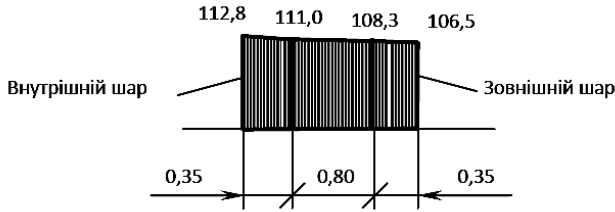


Рис. 5. Епюра напружень σ_x у стінці оболонки у перерізі II – II при навантаженні $P = 4$ МПа.

за даними формами локального руйнування не можна прогнозувати загального руйнування шаруватого матеріалу.

Руйнування шаруватого матеріалу прогнозують за складеними теоріями руйнування. У критерії Цая–Хілла враховується енергія формозміни, яка є складовою сумарної енергії деформації та накопичується при навантаженні. Для i -го шару шаруватого матеріалу композитних оболонок критерій руйнування має вигляд

$$\left(\frac{\sigma_x}{\sigma_{u(x)}^+} \right)^2 - \frac{\sigma_x \sigma_y}{(\sigma_{u(x)}^+)^2} + \left(\frac{\sigma_y}{\sigma_{u(y)}^+} \right)^2 + \left(\frac{\tau_{xy}}{\tau_{u(xy)}^{zc}} \right)^2 = 1 \quad (2)$$

Окрім того, у критерії враховується взаємозв'язок різних складових напружень.

При навантаженні $P = 4$ МПа у небезпечному перерізі II–II згідно з виразом (2) для внутрішнього шару маємо

$$\left(\frac{112,8}{112} \right)^2 - \frac{112,8 \cdot 10,3}{(112)^2} + \left(\frac{10,3}{112} \right)^2 + \left(\frac{0,004}{10} \right)^2 = 0,93 < 1.$$

Тобто за критерієм Цая–Хілла при цьому навантаженні руйнування ще не відбувається. Тому обчислення виконувалися для деяких інших значень P . У результаті при $P = 4,16$ МПа отримано

$$\left(\frac{117,3}{112} \right)^2 - \frac{117,3 \cdot 10,71}{(112)^2} + \left(\frac{10,71}{112} \right)^2 + \left(\frac{0,004}{10} \right)^2 = 1.$$

Таким чином, руйнівний тиск за критерієм Цая–Хілла $P_{cr}^T = 4,16$ МПа несуттєво відрізняється від експериментального значення $P_{cr}^e = 4,2$ МПа (різниця сягає 1%). Водночас, за критерієм найбільших нормальних напружень маємо $P_{cr}^T = 4,0$ МПа (різниця з експериментально знайденим значенням складає 4,8%). Тому для визначення граничного стану складних оболонок із композитних матеріалів доцільно використовувати критерій Цая–Хілла.

Оболонка з локальним пошкодженням у вигляді тріщини. Відомо, що поряд зі значними перевагами використання композиційних матеріалів у машинобудуванні, авіатехніці та інших галузях вони мають і ряд недоліків. Наприклад, низька ударна в'язкість та гігроскопічність. Такі недоліки крім зниження загального запасу міцності зумовлюють високу пошкоджуваність виробів та високу вірогідність виникнення прихованих дефектів, що підвищує експлуатаційні ризики, а в окремих випадках призводить до руйнування конструктивних елементів. Окрім того, для усунення наявних пошкоджень необхідні спеціальні інструменти для доробки та ремонту об'єктів із композиційних матеріалів, що підвищує вартість їх експлуатації.

Тому розробка методів оцінки залишкової міцності конструктивних елементів із композиційних матеріалів із наявними тріщинами, пошкодженнями та іншими дефектами залишається пріоритетною і актуальною [8, 9].

Розглянуто оболонку з тришарового композиційного матеріалу, у зовнішньому шарі якої у перерізі II-II є пошкодження у вигляді ненаскрізної тріщини. Тріщина та її розміри наведено на рис. 6. Шари стінки труби досліджувалися як ортотропні тіла, матеріали труби приведено в табл. 1.

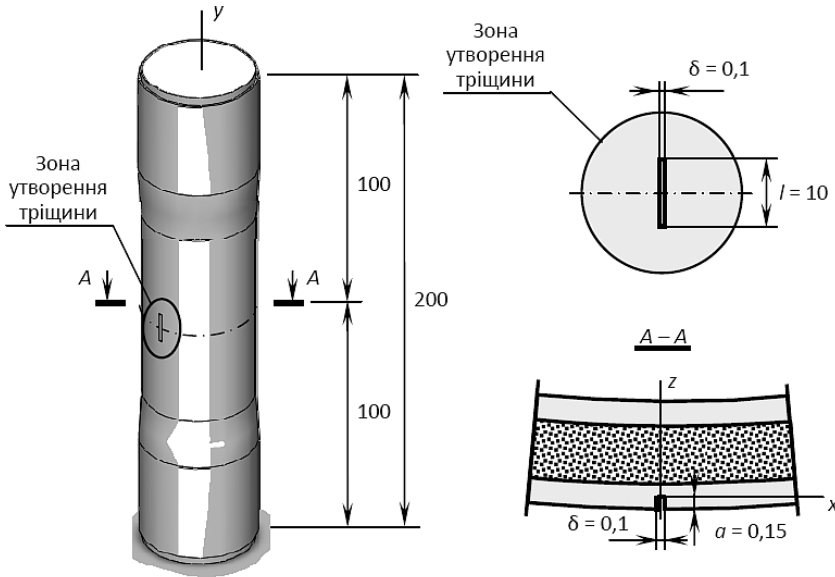


Рис. 6. Розміри та місце знаходження тріщини.

Граничний стан оболонки визначається за методом оцінки залишкової несівної здатності конструкцій, що базується на поєднанні методів теорії тріщин (механіка руйнування) та класичних підходів (аналітичні або чисельні) для розрахунку тонкостінних елементів із композиційних матеріалів [9].

Проведено аналіз скінченноелементних моделей відповідних розрахункових схем (кількість вузлів у середньому складає 925943, елементів – 487809, число ступенів вільності – 2743164).

Величина коефіцієнта інтенсивності нормальних напружень K_1 обчислювалася за формулою, яку отримано при розгляді асимптотичного зображення для переміщень [1]:

$$K_1 = \frac{(2\pi)^{1/2}}{4 \operatorname{Re}(\Omega)} \lim_{z \rightarrow (a-0)} \left[\frac{u(z, +0) - u(z, -0)}{(a-z)^{1/2}} \right],$$

де $u(z, \pm 0)$ – проекція переміщення поверхні тріщини на вісь x ; a – довжина тріщини; $(a-z)$ – відстань від вершини тріщини до точки, в якій визначається переміщення поверхні тріщини; Re – дійсна частина комплексного виразу Ω [5].

Для випадку, який розглядається, характеристичне рівняння [5] має вигляд

$$a_{11}\mu_j^4 + (2a_{12} + a_{66})\mu_j^2 + a_{22} = 0,$$

де a_{ij} – пружні сталі ортотропного тіла, величини яких пов'язані з технічними константами E_i , G_{ij} , ν_{ij} (табл. 1).

Знаходимо пружні сталі a_{ij} . При цьому розглядається матеріал зовнішнього шару стінки оболонки (Carbon CF/EP), де виникає пошкодження у вигляді тріщини:

$$a_{11} = \frac{1}{E_x} = \frac{1}{2,96 \cdot 10^4} = 0,338 \cdot 10^{-4} \text{ МПа}^{-1};$$

$$a_{22} = \frac{1}{E_y} = \frac{1}{2,96 \cdot 10^4} = 0,338 \cdot 10^{-4} \text{ МПа}^{-1};$$

$$a_{12} = -\frac{\nu_{yx}}{E_y} = -\frac{0,26}{2,96 \cdot 10^4} = -0,088 \cdot 10^{-4} \text{ МПа}^{-1};$$

$$a_{66} = \frac{1}{G_{xy}} = \frac{1}{2,0 \cdot 10^3} = 0,5 \cdot 10^{-3} \text{ МПа}^{-1}.$$

Комплексні корені характеристичного рівняння будуть

$$\mu_1 = \alpha_1 + i\beta_1; \quad \mu_2 = \alpha_2 + i\beta_2; \quad \mu_3 = \alpha_1 - i\beta_1; \quad \mu_4 = \alpha_2 - i\beta_2,$$

де α_j, β_j ($j=1, 2$) – дійсні сталі.

Підставимо в характеристичне рівняння конкретні значення пружних сталей a_{ij} і розв'яжемо його. У результаті знайдемо корені μ_j :

$$\mu_1 = 3,7685i; \quad \mu_2 = -0,2654i.$$

Далі обчислюємо значення виразу Ω :

$$\Omega = -ia_{11}\mu_1\mu_2(\mu_1 + \mu_2) = 3,503a_{11}, \text{ або } \Omega = \frac{3,503}{E_x}.$$

Із використанням цього значення Ω отримуємо остаточний вираз для визначення K_1 даного матеріалу:

$$K_1 = \frac{(2\pi)^{1/2} E_x}{14,012} \lim_{z \rightarrow a-0} \left[\frac{u(z, +0) - u(z, -0)}{(a-z)^{1/2}} \right]. \quad (3)$$

Задача щодо визначення напружено-деформованого стану елемента оболонки з тріщиною (рис. 4) розв'язувалась за допомогою методу скінченних елементів. У результаті визначалося переміщення u поверхні тріщини у потрібних точках, потім за формулою (3) – K_1 .

За результатами чисельних досліджень, виконаних на основі представленого методу, для виявлення найбільш небезпечного місця по висоті тріщини проаналізовано шість рівнів розташування умовних перерізів (рис. 7). Отримані дані представлено у табл. 2 та на рис. 8.

Дослідження виконувались при інтенсивності внутрішнього тиску $P = 4$ МПа для точок, що знаходяться на відстані від вершини тріщини $(a-z) = 0,001$ мм.

Отже, найбільше значення $K_{1(\max)}$ виникає в умовному перерізі $I-I$. Розрахунки показують, що при $P = 4$ МПа величина $K_{1(\max)} = 15 \text{ МПа} \cdot \text{м}^{1/2}$.

Повторюючи процедуру, викладену вище, знаходимо K_1 за різних величин P . На рис. 9 побудовано залежність K_1 від P . Там же показано критичне значення

Т а б л и ц я 2

Визначення коефіцієнта інтенсивності нормальних напружень K_I при $P = 4$ МПа

Умовний переріз на рис. 7	$u_1, 10^{-3}$ мм	$u_2, 10^{-3}$ мм	$\Delta u, 10^{-3}$ мм	$K_I, \text{МПа} \cdot \text{м}^{1/2}$
0-0	7,636	5,198	2,44	12,9
1-1	7,892	5,060	2,83	15,0
2-2	7,955	5,177	2,78	14,7
3-3	7,820	5,281	2,54	13,4
4-4	7,891	5,435	2,46	13,0
5-5	7,538	5,858	1,68	8,9

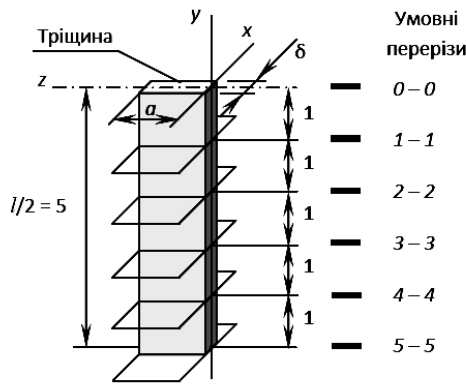


Рис. 7. Схема розташування умовних перерізів по висоті тріщини.



Рис. 8

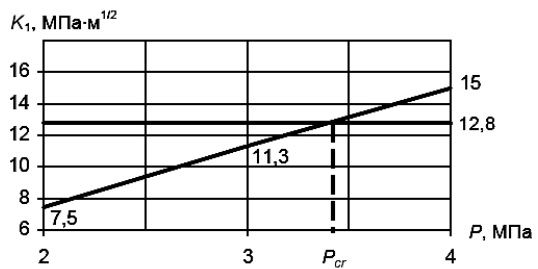


Рис. 9

Рис. 8. Залежність величини коефіцієнта інтенсивності нормальних напружень K_I від розташування умовних перерізів при $P = 4$ МПа.

Рис. 9. Визначення граничного стану конструктивного елемента оболонки з пошкодженням.

коефіцієнта інтенсивності нормальних напружень $K_I = 12,8 \text{ МПа} \cdot \text{м}^{1/2}$ для зовнішнього шару стінки оболонки (Carbon CF/EP) з композиційного матеріалу, де є тріщина.

Абсциса точки перетину графіків відображає значення граничного тиску для труби з тріщиною: $P_{cr} = 3,4$ МПа. Для порівняння: для труби без тріщини маємо $P_{cr}^T = 4,0$ МПа, $P_{cr}^e = 4,2$ МПа.

Висновки

1. Детально проаналізовано тришарову оболонку з днищем, яка зазнала внутрішнього тиску. Розбіжність між експериментальними і теоретичними значеннями граничного тиску сягає 4,8%.

2. Запропоновано чисельно-аналітичний спосіб визначення граничного стану багат шарових оболонок із дефектами. Як приклад розглянуто тришарову оболонку з пошкодженням у вигляді поздовжньої ненаскрізної тріщини під дією внутрішнього тиску. Зменшення граничного тиску для оболонки з дефектом порівняно з таким для непошкодженої складає 15%.

Резюме

Предложен метод определения граничного состояния цилиндрической оболочки с днищем как трехмерного тела, которое находится под действием внутреннего давления, без повреждений и с локальным повреждением в виде трещины. Задача решается экспериментально и численно-аналитическим способом с использованием метода конечных элементов.

1. *Справочник по композиционным материалам*. В 2 кн. / Под ред. Дж. Любина. – М.: Машиностроение, 1988. – 448 с.
2. *Кобелев В. Н., Коварский Л. М., Тимофеев С. И.* Расчет трехслойных конструкций. Справочник / Под общ. ред. В. Н. Кобелева. – М.: Машиностроение, 1984. – 304 с.
3. *Крысин В. Н., Крысин М. В.* Технологические процессы формования намотки и склеивания конструкций. – М.: Машиностроение, 1989. – 240 с.
4. *Астанин В. В., Бородачев Н. М., Кузнецов Н. Ю.* Пространственная задача о предельном состоянии магистрального трубопровода с коррозионным повреждением // Пробл. прочности. – 2011. – № 5. – С. 90–103.
5. *Астанін В. В., Бородачов М. М., Богдан С. Ю.* Граничний стан циліндричної оболонки з композиційного матеріалу за наявності пошкоджень // Там же. – 2012. – № 2. – С. 61–75.
6. *Панин В. Ф., Гладков Ю. А.* Конструкции с наполнителем. Справочник. – М.: Машиностроение, 1991. – 272 с.
7. *Vereshaka S. M. and Karash E. T.* Modeling of multi-layer composite material pipes under internal pressure // Int. J. Structron. Mechatron. – 2012. – 1, No. 2. – P. 1–12.
8. *Астанин В. В., Бородачев Н. М., Богдан С. Ю. и др.* Прочность трубопроводов с коррозионными повреждениями // Пробл. прочности. – 2009. – № 5. – С. 73–85.
9. *Астанін В. В., Бородачов М. М., Богдан С. Ю.* Розробка числового методу визначення коефіцієнта інтенсивності напружень в елементах з тріщинами // Вісн. НАУ. – 2010. – № 1. – С. 40–44.

Поступила 01. 12. 2014