

Верификация математических моделей механики поврежденной среды в системе эксплуатационного мониторинга ресурса реакторных установок*

Ю. Г. Коротких^а, В. А. Панов^а, В. А. Пахомов^а, А. В. Каплиенко^б

^а ОАО “ОКБМ Африкантов”, Нижний Новгород, Россия

^б Госкорпорация “Росатом”, Москва, Россия

Приведены основные положения математической модели накопления усталостных повреждений в конструкционных материалах оборудования и систем реакторных установок, построенной на базе методов механики поврежденной среды, и результаты ее верификации.

Ключевые слова: конструкционный материал, математическая модель, малоцикловая усталость, численный эксперимент, накопление усталостных повреждений.

Введение. Конструктивные элементы оборудования реакторных установок (РУ) работают в сложных многообразных эксплуатационных условиях, которые характеризуются интенсивными многопараметрическими нестационарными термосиловыми и радиационными воздействиями, приводящими к сложным многоосным напряженным состояниям этих элементов и развитию деградационных процессов в конструкционных материалах. В результате таких процессов происходит зарождение и образование в конструктивных элементах оборудования макроскопических трещин длиной ~1-2 мм, а также их распространение вплоть до разрушения конструкции. Ресурс оборудования и систем РУ определяется ресурсом их опасных зон, в которых интенсивность деградационных процессов наибольшая. При этом скорость накопления повреждений в материале этих зон, их выработанный ресурс в значительной степени зависят от фактической модели эксплуатации РУ (последовательности прохождения эксплуатационных режимов). Проблема усугубляется тем, что доступ к таким зонам технических средств неразрушающего контроля состояния материала в процессе эксплуатации РУ практически невозможен. В связи с этим оценка накопленной поврежденности в материале опасных зон, а также контроль выработанного и остаточного ресурса оборудования и систем в процессе эксплуатации на базе математического моделирования является сложной научно-технической проблемой.

Математическая модель накопления усталостных повреждений. Предлагаемая математическая модель накопления повреждений базируется на двух группах эволюционных уравнений: нестационарного неизотермического упругопластического деформирования и накопления усталостных повреждений [1].

Ниже приведены уравнения термопластичности, положенные в основу разработанной методики и позволяющие описать эффекты, которые существенны для развития процессов усталостной повреждаемости конструкционных материалов при квазистатических нестационарных термосиловых нагружениях.

Связь между напряжениями и упругими составляющими тензора деформаций устанавливается на базе известных уравнений термоупругости:

$$\begin{aligned} \sigma &= 3K[e - \alpha(T - T_0)]; & \Delta\sigma &= 3K[\Delta e - \Delta(\alpha T)]; \\ \sigma'_{ij} &= 2Ge'_{ij}{}^e; & \Delta\sigma'_{ij} &= 2G\Delta e'_{ij}{}^e + \frac{\Delta G}{G} e'_{ij}{}^e. \end{aligned} \quad (1)$$

* Доклад на Международной научно-технической конференции “Усталость и термоусталость материалов и элементов конструкций” (Киев, 2013).

На основании гипотезы кинематического и изотропного упрочнения принимается, что поверхность текучести F_p в пространстве девiatorов напряжений представляет собой сферу с радиусом C_p и координатами центра ρ_{ij} (тензора микронапряжений ρ_{ij}):

$$F_p = (\sigma'_{ij} - \rho_{ij})(\sigma'_{ij} - \rho_{ij}) - C_p^2 = 0 \quad (2)$$

или

$$(S_{ij}S_{ij})^{1/2} - C_p = 0; \quad S_{ij} = \sigma'_{ij} - \rho_{ij}.$$

Согласно ассоциированному закону течения имеем

$$\Delta e_{ij}^p = \lambda \frac{\partial F_p}{\partial \sigma'_{ij}} = \lambda S_{ij}. \quad (3)$$

Для конкретизации соотношений (2), (3) задаются эволюционные уравнения для изменения радиуса поверхности текучести ΔC_p и координат центра поверхности текучести $\Delta \rho_{ij}$ (приращения тензора микронапряжений).

Радиус поверхности текучести изменяется в зависимости от приращения $\Delta \chi$ длины дуги χ траектории пластического деформирования и приращения температуры следующим образом [1]:

$$\Delta C_p = \bar{q}_\chi \Delta \chi H(F_\rho) + q_T \Delta T + a_\alpha (\bar{Q}_s - C_p) \Delta \chi \Gamma(F_\rho) + \Delta C_{0T}; \quad (4)$$

$$C_p = C_{p0} + \sum \Delta C_p;$$

$$H(F_\rho) = \begin{cases} 1 & \text{при } F_\rho = 0 \text{ и } \rho_{ij} \Delta \rho_{ij} \geq 0; \\ 0 & \text{при } F_\rho < 0 \text{ или } \rho_{ij} \Delta \rho_{ij} < 0; \end{cases} \quad \Gamma(F_\rho) = 1 - H(F_\rho); \quad (5)$$

$$\bar{q}_\chi = \frac{q_c A \psi_1 + (1 - A) q_k}{\psi_1 A + (1 - A)}; \quad \bar{Q}_s = \frac{Q_c A \psi_2 + (1 - A) Q}{\psi_2 A + (1 - A)};$$

$$F_\rho = \rho_{ij} \rho_{ij} - \rho_{\max}^2 = 0; \quad (6)$$

$$\Delta \chi = \left(\frac{2}{3} \Delta e_{ij}^p \Delta e_{ij}^p \right)^{1/2}; \quad \chi = \sum \Delta \chi; \quad \chi_m = \sum \Delta \chi H(F_\rho);$$

$$A = 1 - \cos^2 \theta; \quad \cos \theta = n_{ij}^e n_{ij}^s; \quad n_{ij}^e = \frac{\Delta e'_{ij}}{(\Delta e'_{ij} \Delta e'_{ij})^{1/2}}; \quad n_{ij}^s = \frac{S_{ij}}{(S_{ij} S_{ij})^{1/2}}.$$

В уравнении (4) первый член описывает изотропное упрочнение в результате монотонного пластического деформирования ($H(F_\rho) = 1$ и $\Gamma(F_\rho) = 0$), второй – изменение радиуса поверхности текучести при изменении температуры, третий – циклическое упрочнение материала ($H(F_\rho) = 0$ и $\Gamma(F_\rho) = 1$), четвертый – восстановление (возврат) радиуса поверхности текучести в условиях высокотемпературной выдержки (отжиг).

Эволюционное уравнение для изменения координат центра поверхности текучести имеет вид [1]

$$\Delta\rho_{ij} = g_1 \Delta e_{ij}^p - g_2 \rho_{ij} \Delta\chi - g_T \rho_{ij} < \Delta T > + g_{0T} \rho_{ij}, \quad (7)$$

где g_1 и g_2 – модули кинематического упрочнения, первый определяет перемещение центра поверхности текучести в результате приращения тензора пластических деформаций Δe_{ij}^p , второй – постепенную релаксацию ρ_{ij} ; g_T – модуль, определяющий изменение координат центра поверхности текучести с повышением температуры,

$$g_T = \frac{\Delta g_1}{g_1 \Delta T} - \frac{\Delta g_2}{g_2 \Delta T} > 0, \quad g_T = 0 \quad \text{при} \quad \Delta T \leq 0, \quad (8)$$

$$\Delta\rho_{\max} = \frac{(\rho_{ij} \Delta\rho_{ij}) H(F_\rho)}{(\rho_{ij} \rho_{ij})^{1/2}} - g_2 \rho_{\max} \Delta\chi - g_T \rho_{\max} < \Delta T > - g_{0T} \rho_{\max}.$$

Соотношения (6), (8) позволяют с помощью операторов $H(F_\rho)$ и $\Gamma(F_\rho)$ автоматически отделить циклическое нагружение от монотонного.

Уравнения (1)–(8) содержат как частный случай все основные известные формы уравнений теории пластического течения при малых деформациях и позволяют учитывать многоосность напряженного состояния, вращение главных площадок тензоров напряжений и деформаций.

В разработанной модели в качестве меры поврежденности ω принята относительная объемная доля микродефектов в элементарном объеме материала [1]:

$$\omega = \frac{V}{V_f}; \quad \Delta\omega = \frac{\Delta V}{V_f}; \quad \omega = \sum \Delta\omega; \quad 0 \leq \omega \leq \omega_f \leq 1,$$

где V , V_f – текущая и критическая объемные доли дефектов (V_f соответствует образованию в данном объеме материала макроскопической трещины).

Процесс накопления усталостных повреждений в материале, завершающийся образованием макроскопической трещины, проходит [2, 3] стадию зарождения и роста микродефектов (пор), в пределах которой поры не взаимодействуют друг с другом (на этой стадии отсутствует влияние накопленной поврежденности на физико-механические характеристики материала, а ее продолжительность характеризуется числом циклов N_a), и стадию развития повреждаемости путем слияния образовавшихся микропор в микроскопические трещины (на этой стадии наблюдается прогрессирующее влияние поврежденности на физико-механические характеристики материала, а ее продолжительность характеризуется числом циклов $N_f - N_a$, где N_f – число циклов до образования трещины).

Продолжительность первой стадии процесса накопления поврежденности зависит от амплитуды деформаций в цикле нагружения: она тем больше, чем меньше амплитуда [2]. Для определения N_a можно использовать эмпирический закон Мэнсона [2]: $N_a = N_f - 14N_f^{0,6}$ при $N_f \geq 700$ цикл, $N_a = 0$ при $N_f < 700$ цикл или формулу Леваяна [2] $N_a = N_f - 12N_f^{0,62} + 0,26N_f^{0,9} + 74$, достаточно хорошо аппроксимирующую экспериментальные данные.

В [4] показано, что при малоцикловой усталости энергия, затраченная на образование дефектов структуры материала при нестационарном упругопластическом деформировании, хорошо коррелирует с работой W_p тензора микронапряжений ρ_{ij} для пластических деформаций e_{ij}^p :

$$W_p = \int \rho_{ij} de_{ij}^p; \quad W_p = \sum \Delta W_p.$$

Экспериментально также установлено [4, 5], что при циклическом деформировании критическое значение W_p , соответствующее образованию макроскопической трещины, для конкретного материала и заданной температуры является постоянным и не зависит от амплитуды деформаций в цикле нагружения.

Одно из простейших конкретных представлений эволюционного уравнения накопления усталостных повреждений при упругопластическом деформировании имеет вид [1]

$$d\omega = \psi \frac{(\alpha+1)}{(r+1)} f(\beta) z^\alpha (1-\omega)^{-r} dz$$

или

$$\Delta\omega = \psi \frac{(\alpha+1)}{(r+1)} f(\beta) z^\alpha (1-\omega)^{-r} < \Delta z >, \quad (9)$$

где

$$\omega = \sum \omega; \quad \psi = [\cos \theta - (1 - \cos \theta)b], \quad 1 \leq b \leq 10;$$

$$z = \frac{W_p - W_a}{W_{pf} - W_a}; \quad \cos \theta = \frac{e'_{ij} \Delta e'_{ij}}{(e'_{ij} e'_{ij})^{1/2} (\Delta e'_{ij} \Delta e'_{ij})^{1/2}}; \quad f(\beta) = [1 + k\beta^2]^a,$$

α, r, b, k, a – экспериментально определяемые параметры материала; $e'_{ij}, \Delta e'_{ij}$ – девиаторные компоненты и приращения девиаторных компонент тензора полных деформаций; $f(\beta)$ – функция параметра β , учитывающая влияние вида напряженного состояния на скорость накопления усталостных повреждений ($\beta = \sigma/\sigma_i, \sigma_i = \sqrt{\sigma'_{ij} \sigma'_{ij}}$ – интенсивность напряжений). Для чистого сдвига имеем $\beta = 0, f(\beta) = 1$, для всестороннего растяжения – $\beta \rightarrow +\infty, f(\beta) \rightarrow +\infty (\sigma_i \rightarrow 0)$, для всестороннего сжатия – $\beta \rightarrow -\infty, f(\beta) \rightarrow 0$, что соответствует физическим представлениям и экспериментальным данным о влиянии вида напряженно-деформированного состояния на скорость накопления усталостных повреждений; W_a – значение энергии, соответствующее окончанию 1-й стадии процесса накопления повреждений, W_{pf} – критическое значение энергии, соответствующее окончанию 2-й стадии. Параметр W_{pf} является физической константой материала, не зависящей от условий процесса деформирования.

В рамках разработанной математической модели накопления усталостных повреждений уравнение (9) интегрируется совместно с уравнениями термопластичности (1)–(8) вдоль траектории деформирования. Для интегрирования этих уравнений по заданной траектории деформирования (фактической истории термомеханического нагружения) применяется явная схема.

Интеграл уравнения (9) имеет вид

$$\omega = 1 - \left\{ 1 - (\alpha+1) \int_0^z \psi f(\beta) z^\alpha dz \right\}^{1/(r+1)} \quad (10)$$

или

$$\omega = 1 - \left\{ 1 - (\alpha+1) \sum_1^n \psi_j f_j(\beta_j) z_j^\alpha \Delta z_j \right\}^{1/(r+1)}, \quad (11)$$

где суммирование проводится по этапам нагружения, $j = 1, \dots, n$.

Вводя новую переменную $y = Az$, где

$$A = \left\{ \frac{\alpha+1}{z^{\alpha+1}} \int_0^z \psi f(\beta) z^\alpha dz \right\}^{1/(\alpha+1)}$$

или

$$A = \left\{ \frac{\alpha+1}{z_j^{\alpha+1}} \sum_1^n \psi_j f_j(\beta_j) z_j^\alpha < \Delta z_j > \right\}^{1/(\alpha+1)},$$

уравнения (10), (11) можно представить в обобщенном виде, справедливым для любого неизотермического процесса накопления усталостной поврежденности:

$$\omega = 1 - [1 - y^{\alpha+1}]^{1/(r+1)}. \quad (12)$$

Для реализации разработанной модели накопления усталостных повреждений разработаны алгоритмы и программные средства, с помощью которых для различных классов задач и траекторий деформирования были проведены многочисленные верификационные расчеты процессов накопления усталостной поврежденности в лабораторных образцах (монотонное растяжение, одноосное растяжение–сжатие, кручение, совместное одноосное растяжение–сжатие и кручение, различные пространственные траектории деформирования, неизотермические задачи) [1].

Верификация математической модели. В работе [6] приведены результаты экспериментальных исследований по оценке влияния траектории деформирования (одноосное растяжение–сжатие и знакопеременное кручение лабораторных образцов) на усталостную долговечность стали X18H10T.

В экспериментах [6] варьировались:

амплитуда интенсивности пластической деформации

$$\Delta e_i^p = \sqrt{\frac{2}{3}} \sqrt{\Delta e_{ij}^p \Delta e_{ij}^p} = \sqrt{(\Delta e_{11}^p)^2 + \frac{4}{3} (\Delta e_{12}^p)^2},$$

угол вида деформированного состояния

$$\psi = \arctg \left(\frac{2}{\sqrt{3}} \frac{\Delta e_{12}^p}{\Delta e_{11}^p} \right),$$

угол сдвига фаз θ между амплитудами осевой деформации и деформации кручения (при $\theta = 0$ – пропорциональное нагружение, при $\theta = 90^\circ$ – осевая и сдвиговая деформации меняются в противофазе).

Результаты экспериментов [6] в виде кривых усталости $\Delta e_i^p \sim \ln N_f$ представлены на рисунке. Прямая 1, описываемая уравнением $\ln N_f = 10,5 - 7,5 \Delta e_i^p$, характеризует кривую усталости для одноосного растяжения–сжатия, прямая 2, описываемая уравнением $\ln N_f = 11,523 - 7,5 \Delta e_i^p$ – для знакопеременного кручения.

На рисунке линиями A и B показаны расчетные кривые усталости, построенные с помощью разработанных программных средств (A – кривая усталости для знакопеременного кручения, B – для одноосного растяжения–сжатия).

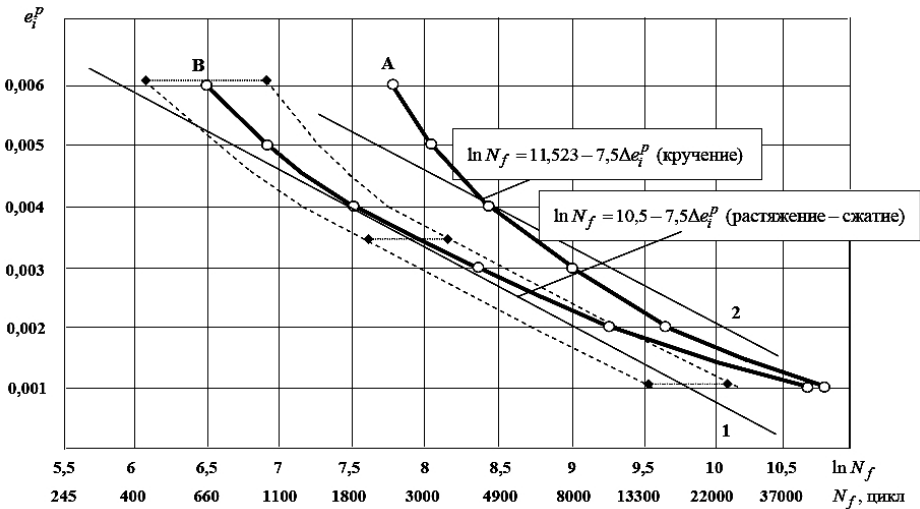


Рис. 1. Кривые усталости для знакопеременного кручения (А) и одноосного растяжения–сжатия (В) (материал – сталь Х18Н10Т). (Штриховые линии соответствуют разбросу экспериментальных данных относительно экспериментальной кривой усталости.)

Результаты сопоставления кривых усталости при знакопеременном кручении и одноосном растяжении–сжатии [6] с расчетными кривыми усталости, построенными по предлагаемой методике, показывают их удовлетворительное совпадение.

Заключение. Сравнение результатов численных исследований на одноосное растяжение–сжатие и знакопеременное кручение с экспериментальными данными свидетельствует о том, что использование предложенного эволюционного уравнения (9) позволяет достоверно, с достаточной степенью точности, моделировать процессы накопления усталостных повреждений в конструкционных материалах оборудования и систем РУ, а также определять их выработанный и остаточный ресурс.

Резюме

Наведено основні положення математичної моделі накопичення утомних пошкоджень у конструкційних матеріалах устаткування і систем реакторних установок, яку побудовано на базі методів механіки пошкоджуваного середовища, та результати її верифікації.

1. Митенков Ф. М., Кайдалов В. Б., Коротких Ю. Г. Методы обоснования ресурса ядерных энергетических установок. – М.: Машиностроение, 2007. – 445 с.
2. Savalle S. et Cailletaud G. Microamorçage, micropropagation et endommagement // La Recherche Aérospatiale. – 1982. – 6. – P. 395 – 411.
3. Chaboche J. L. Continuous damage mechanics – a tool to describe phenomena before crack initiation // Nucl. Eng. Des. – 1981. – 64. – P. 233 – 247.
4. Романов А. Н. Разрушение при малоцикловом нагружении. – М.: Наука, 1988. – 280 с.
5. Федоров В. В. Кинетика повреждаемости и разрушения твердых тел. – Ташкент: Фан, 1985. – 167 с.
6. Можаровский Н. С., Шукаев С. И. Долговечность конструкционных материалов при непропорциональных путях малоциклового нагружения // Пробл. прочности. – 1988. – № 10. – С. 47 – 54.

Поступила 14. 11. 2013