

Взаимосвязь между пороговыми размахами коэффициента интенсивности напряжений материала и переход от короткой к длинной усталостной трещине

О. Н. Герасимчук

Институт проблем прочности им. Г. С. Писаренко НАН Украины, Киев, Украина

Установлена взаимосвязь между пороговыми размахами коэффициента интенсивности напряжений материала для микроструктурно короткой, физически малой и длинной усталостных трещин в зависимости от микроструктуры при симметричном цикле нагрузки. Рассчитанные по предлагаемой концепции пороговые размахи коэффициента интенсивности напряжений для титанового сплава ВТЗ-1 в различных структурных состояниях хорошо совпадают с определенными экспериментально. Предложены критерии перехода от физически малой усталостной трещины к длинной в зависимости от уровня прикладываемой амплитуды нагрузки. Во всем диапазоне амплитуд нагрузки в качестве критерия перехода от физически малой к длинной усталостной трещине принято условие, когда реверсивная пластическая зона у вершины трещины достигает размера зерна. В области многоциклового усталости физически малую трещину необходимо разделять на два участка из-за смены механизмов ее роста по достижении размахом коэффициента интенсивности напряжений порогового значения ΔK_{th} для длинной трещины.

Ключевые слова: пороговые размахи коэффициента интенсивности напряжений, микроструктурно короткая, физически малая и длинная трещины, предел выносливости, много- и малоцикловая усталость, размер реверсивной пластической зоны, микроструктура, титановые сплавы.

Обозначения

- a, c, h – параметры гексагональной плотно упакованной (ГПУ) кристаллической решетки
- b – модуль вектора Бюргера \vec{b}
- d – линейный размер структурного элемента, ответственного за усталостную прочность данного материала (размер зерна, максимальная глубина микроструктурно короткой трещины (МКТ), минимальная глубина физически малой трещины (ФМТ))
- E – модуль упругости
- ΔK – размах коэффициента интенсивности напряжений (КИН)
- K_{\max} – максимальный КИН цикла
- $\Delta K_{th,d}$ – пороговый размах КИН для МКТ
- $\Delta K_{th,l}$ – пороговый размах КИН для ФМТ
- ΔK_{th} – пороговый размах КИН для длинной трещины (ДТ)
- $\Delta K_{th,in}$ – пороговый внутренний размах КИН
- $\Delta K_{th,eff}$ – пороговый эффективный размах КИН для ДТ
- ΔK_T – размах КИН, соответствующий переходу от ФМТ к ДТ
- l – глубина поверхностной полукруговой трещины

l_s	– переходная глубина ФМТ, соответствующая уровню нагрузки σ_a , близкому к пределу выносливости σ_{-1}
l_i	– переходная глубина ФМТ при $\sigma_{-1} < \sigma_a \leq \sigma_p$
l'_i	– конечная глубина ФМТ (начальная глубина ДТ)
M	– фактор Тейлора ($M = 1/m$)
m	– фактор Шмида ($m = \cos \varphi \cos \gamma$)
φ	– угол между нормалью к плоскости скольжения и направлением действия нагрузки σ_a
γ	– угол между направлением скольжения и направлением действия нагрузки σ_a
μ	– коэффициент Пуассона
R	– коэффициент асимметрии цикла
$r_{p,c}$	– размер реверсивной пластической зоны
σ_a	– амплитуда напряжений цикла нагрузки
σ_{\max}	– максимальное напряжение цикла нагрузки
σ_{-1}	– предел выносливости при симметричном цикле нагрузки
σ_p	– предел пропорциональности
σ_f	– напряжение внутреннего трения в кристаллической решетке
U	– коэффициент открытия трещины
Y_1, Y_2	– геометрические факторы (функции формы)
$Y_1 k_d$	– коэффициент влияния пластической зоны
$Y_2 k_d$	– коэффициент закрытия трещины

Введение. В настоящее время хорошо известно, что имеющаяся в материале “длинная” трещина будет продолжать расти под действием циклически изменяющейся нагрузки, если движущая сила ΔK превысит пороговый размах КИН ΔK_{th} , или “порог усталости”. Порог усталости ΔK_{th} для длинных трещин обычно определяют по результатам испытаний на трещиностойкость при циклической нагрузке стандартных образцов по методикам, описанным в [1, 2]. Установлено также, что “короткие” усталостные трещины могут развиваться при нагрузках ΔK , которые в несколько раз ниже ΔK_{th} , определенного для длинных трещин, при прочих равных условиях [3, 4]. Такое anomальное поведение коротких трещин по сравнению с длинными обычно связывают с так называемым явлением частичного закрытия трещины (ЗТ) на протяжении некоторой части полуцикла растяжения, а также с соотношением размеров трещины и пластической зоны (ПЗ) у ее вершины [5, 6]. Другими словами, если трещина короче некоторой характеристической длины для данного материала, нарушается смысл фундаментального для линейно-упругой механики разрушения (ЛИУМР) параметра ΔK_{th} .

В литературных источниках зачастую пользуются понятиями “короткая” и “длинная” трещины, не разграничивая их конкретными обоснованными размерами, что вызывает противоречия при анализе тех или иных выкладок, касающихся определения пороговых значений КИН для коротких трещин. Это в итоге приводит к некорректной оценке усталостной долговечности конструктивных элементов на стадии развития усталостной трещины.

К. Миллером [7] и многими другими исследователями [6, 8] установлено, что усталостная трещина, которая зарождается от приблизительно плоской и гладкой поверхности образца (или “тупого” и “мелкого” концентратора), растет в три этапа:

микроструктурно короткая трещина, когда применение механики континуума сомнительно, поскольку ее размер не превышает размера элемента структуры (зерна);

физически малая трещина, когда наблюдается ее аномальный и немонотонный рост и отсутствует либо слабо влияет ЗТ; глубина ФМТ от поверхности составляет приблизительно десять размеров зерна [9];

длинная трещина, когда ее рост происходит согласно закону Париса вплоть до полного разрушения.

В связи с таким разделением усталостной трещины возникает необходимость определения пороговых размахов КИН $\Delta K_{th,d}$ и $\Delta K_{th,l}$ для МКТ и ФМТ соответственно.

Параметр $\Delta K_{th,d}$ определить достоверно экспериментальным путем не представляется возможным. Вообще, определить визуально само наличие трещины в пределах одного поверхностного зерна поликристаллического сплава (тем более мелкозернистого) нельзя, если трещина зарождается вдоль устойчивой полосы скольжения (УПС) дислокаций при низких нагрузках, $\sigma_a < \sigma_p$ [7].

Многие исследователи при изучении роста коротких трещин для измерения длины трещины на поверхности образца часто применяют метод пластических реплик [6]. На начальной стадии зарождения МКТ в области относительно низких нагрузок, соответствующих многоциклового усталости, при появлении УПС в отдельном зерне на поверхности реплика может показывать отпечаток интрузии, а не инициированной МКТ. Поэтому имеющиеся в литературных источниках экспериментальные данные о росте МКТ на поверхности в пределах одного поверхностного зерна при указанном выше характере ее зарождения и роста – весьма сомнительны.

Параметр $\Delta K_{th,l}$ определялся экспериментально многими исследователями [6]. Было установлено, что он увеличивается с ростом ФМТ вплоть до уровня ΔK_{th} для ДТ.

Кроме указанных выше характеристик сопротивления развитию усталостной трещины в зависимости от ее длины есть еще пороговый эффективный размах КИН $\Delta K_{th,eff}$:

$$\Delta K_{th,eff} = \Delta K_{th} - \Delta K_{th,cl}, \quad (1)$$

или

$$\Delta K_{th,eff} = U \Delta K_{th}, \quad (2)$$

где $\Delta K_{th,cl}$ – составляющая, учитывающая вклад ЗТ; U – коэффициент открытия трещины [1, 2].

Для ДТ параметр $\Delta K_{th,eff}$ обычно определяется экспериментально по стандартным методикам [2] либо приблизительное его значение может быть получено при испытаниях на трещиностойкость с асимметрией $R \geq 0,7$, когда эффект ЗТ отсутствует [5].

Поскольку, как известно, $\Delta K_{th,eff}$ не зависит от размера зерна, ранее [10] было предложено рассчитывать его величину по простой формуле

$$\Delta K_{th,eff} = E \sqrt{b}. \quad (3)$$

В [11] на основании анализа экспериментальных результатов по усталостной трещиностойкости различных классов металлических материалов была предложена аналогичная (3) зависимость.

В работе [12] предлагается представлять ΔK_{th} как внешнюю характеристику трещиностойкости материала, т.е. с учетом внешних процессов (в частности, ЗТ), протекающих в устье усталостной трещины. Тогда внутренняя характеристика будет

обозначаться параметром $\Delta K_{th,in}$, характеризующим внутреннее, т.е. перед вершиной трещины, сопротивление материала распространению трещины. Применительно к материалам с плоским скольжением в [12] была получена формула для определения $\Delta K_{th,in}$:

$$\Delta K_{th,in} = \frac{\sqrt{12} M}{8\sqrt{\pi}(1+\mu)} \sqrt{\frac{b}{h}} E\sqrt{b}. \quad (4)$$

Однако в [12] $\Delta K_{th,in}$ отождествляется с $\Delta K_{th,eff}$, определяемым выражением (2), что противоречит (3), (4). Там же представлен обзор существующих моделей пороговых размахов КИН ΔK_{th} . Однако все они содержат параметры или эмпирические коэффициенты, для определения которых необходимо проводить соответствующие эксперименты.

В настоящей работе предпринята попытка устранить существующие противоречия и недостатки в определении пороговых КИН, используя подходы ЛУМР.

Цель исследования заключается в следующем: установить взаимосвязь между существующими пороговыми размахами КИН материала; показать, что эти характеристики можно рассчитывать по характеристикам микроструктуры и статическим характеристикам механических свойств исходного материала; определить условия перехода от ФМТ к ДТ.

Структурная концепция пороговых размахов КИН. Следует заметить, что все приводимые здесь выкладки касаются симметричного цикла нагрузки ($R = -1$). Поэтому полагаем, что $\Delta K = K_{max}$, как это принято в международных стандартах при $R = -1$ [2], и напряжения во всех выкладках выражены через амплитудное значение $\sigma_a = \sigma_{max}$. Пороговые размахи КИН ΔK_{th} и пороговые КИН $K_{max,th}$ при разных асимметриях цикла и взаимосвязи между ними не рассматриваются.

Как отмечалось выше, существует, как минимум, пять пороговых размахов КИН материала в зависимости от размера трещины и того, что они характеризуют: внутреннее сопротивление материала движению трещины или ее внешнюю движущую силу.

Анализируя вывод формулы (4) в [12], можно заключить, что $\Delta K_{th,in}$ – это, скорее, внутренняя характеристика для МКТ, а $\Delta K_{th,eff}$ – то же для ДТ. Таким образом, $\Delta K_{th,in}$ – внутренний пороговый размах КИН для МКТ, характеризующий сопротивление материала развитию последней внутри структурного элемента (зерна) независимо от его размеров аналогично напряжению внутреннего трения в зерне σ_f , которое описывает сопротивление движению дислокаций в кристаллической решетке при монотонной нагрузке без учета влияния границы зерна; $\Delta K_{th,eff}$ – внутренний пороговый размах КИН для ДТ, характеризующий сопротивление материала развитию последней и не зависящий от размера зерна d , его можно сравнить с пределом пропорциональности σ_p , характеризующим начало пластического течения в макрообъеме образца при монотонной нагрузке и не зависящим от d .

Для дальнейшего распространения инициируемой от поверхности микроструктурно короткой трещины глубиной d в соседние зерна необходимо, чтобы размах КИН превышал так называемый структурный пороговый размах КИН $\Delta K_{th,d}$, т.е. минимальную движущую силу, которая потребуется для преодоления МКТ границы зерна. С использованием подходов ЛУМР этот размах КИН можно выразить через минимальную амплитуду приложенного напряжения, равную пределу выносливости σ_{-1} , следующим образом:

$$\Delta K_{th,d} = \sigma_{-1} Y_1 \sqrt{\pi d}, \quad (5)$$

где Y_1 – геометрический фактор для самой глубокой точки фронта поверхностной полукруговой плоской трещины радиуса d , расположенной под углами γ и ϕ , близкими к 45° .

В свою очередь, так называемый внешний пороговый размах КИН ΔK_{th} для ДТ будет характеризовать минимальную движущую силу ДТ глубиной $l \geq l_s$ с учетом влияния ЗТ, непосредственно связанного с размером зерна d : чем больше d , тем значительнее проявляется эффект ЗТ [5] и тем большую необходимо приложить нагрузку для продвижения ДТ. Таким образом, внешний пороговый размах КИН (по аналогии с (5)) можно выразить через минимальную амплитуду приложенного напряжения, равную σ_{-1} , в следующем виде:

$$\Delta K_{th} = \sigma_{-1} Y_2 \sqrt{\pi l_s}, \quad (6)$$

где Y_2 – геометрический фактор для поверхностной полукруговой плоской трещины радиуса l_s , расположенной перпендикулярно направлению действия нагрузки и поверхности бесконечного полупространства, в предположении, что эта трещина все еще очень мала по сравнению с габаритными размерами образца и сохраняет отношение глубины к половине размера на поверхности, равное единице.

Таким образом, ФМТ постепенно переходит от МКТ в плоскости максимальных касательных напряжений к ДТ в плоскости, перпендикулярной растягивающим напряжениям, при действии приложенной на удалении от трещины растягивающей одноосной нагрузки.

В работах [13–15] предложено при определении КИН для плоской поверхностной трещины произвольной формы, расположенной под наклоном к поверхности полубесконечного тела и направлению действия нагрузки, использовать параметр \sqrt{area} , где $area$ – площадь проекции трещины на плоскость, перпендикулярную направлению приложенного растягивающего напряжения σ_a , т.е. выражение для эквивалентного КИН K_{max} как функции от \sqrt{area} при $\mu = 0,3$ имеет следующий вид [15]:

$$K_{max} \cong 0,65 \sigma_a \sqrt{\pi \sqrt{area}}. \quad (7)$$

Так, для крайней по глубине точки фронта поверхностной полукруговой плоской трещины радиуса l , расположенной в плоскости, перпендикулярной направлению растягивающей нагрузки σ_a , выражение (7) преобразуется так:

$$K_{max} = 0,73 \sigma_a \sqrt{\pi l}. \quad (8)$$

По формуле (7) несложно рассчитать, что для рассматриваемой поверхностной полукруговой МКТ радиуса d , расположенной в плоскости максимальных напряжений сдвига ($M = 2$, $area = S/M$, где S – площадь полукруга радиуса d), величина Y_1 в формуле (5) будет равна 0,612. Далее в расчетах будем использовать $Y_1 = 0,612$ и $Y_2 = 0,73$.

Разделив равенство (6) на (5), получим соотношение между внешним и структурным пороговыми размахами КИН в виде

$$\Delta K_{th} = \Delta K_{th,d} \frac{Y_2}{Y_1} \sqrt{\frac{l_s}{d}}. \quad (9)$$

Тогда логично предположить, что пороговый размах КИН для ФМТ при нагрузке, соответствующей пределу выносливости σ_{-1} , определяется следующим образом:

$$\Delta K_{th,l} = \Delta K_{th,d} Y' \sqrt{\frac{l}{d}} \quad \text{при} \quad d \leq l \leq l_s, \quad (10)$$

где $Y' = (Y_2/Y_1 + 1)/2$ – усредненное отношение между геометрическими факторами для МКТ и ДТ, поскольку ФМТ в процессе развития будет либо менять, либо нет направление от зерна к зерну в зависимости от их разориентировки, распространяясь по телу зерен вдоль благоприятных для скольжения плоскостей, а затем на глубине l_s в результате смены механизма распространения превратится в трещину нормального отрыва.

Коэффициенты $(Y_2/Y_1) \sqrt{l_s/d}$ (9) и $Y' \sqrt{l/d}$ (10) характеризуют наряду с влиянием ЗТ влияние размера ПЗ у вершины МКТ и ФМТ. Такое совместное влияние вышеуказанных факторов на рост ФМТ подтверждается многими исследователями [6]. В начале роста ФМТ, равная d , не испытывает влияния ЗТ, но на нее максимальное влияние оказывает размер ПЗ, ограниченной размером соседнего зерна, т.е. размер ФМТ, равный таковому МКТ, соразмерен с размером ПЗ. По мере роста ФМТ влияние ЗТ нарастает, а влияние ПЗ ослабевает, так как ее средний размер остается практически одинаковым, т.е. ограничен границей последующего зерна.

По достижении глубины l_s влияние ЗТ будет максимальным, а размер ПЗ зависит уже от глубины трещины, поскольку изменяется механизм ее распространения, и трещина переходит в новое качество.

Исходя из вышеизложенного логично предположить следующие соотношения для пороговых размахов КИН:

$$\Delta K_{th,d} = Y_1 k_d \Delta K_{th,in}; \quad (11)$$

$$\Delta K_{th} = Y_2 k_d \Delta K_{th,eff}, \quad (12)$$

где $Y_1 k_d$, $Y_2 k_d$ – коэффициенты, характеризующие максимальное влияние ПЗ для МКТ и ЗТ для ДТ соответственно, т.е. согласно (2) имеем

$$U = (Y_2 k_d)^{-1}. \quad (13)$$

Тогда, разделив (12) на (11) с учетом (3), (4) и (9), получим выражение для определения глубины l_s ФМТ при уровне нагрузки, максимально приближенном к пределу выносливости σ_{-1} , в следующем виде:

$$\sqrt{\frac{l_s}{d}} = \frac{8\sqrt{\pi}(1+\mu)}{\sqrt{12}M} \sqrt{\frac{h}{b}}. \quad (14)$$

На рис. 1 схематически приведены предложенные соотношения пороговых размахов КИН для отдельно взятого сплава в виде расположения их на оси ΔK по мере увеличения и связывающие их коэффициенты. Поскольку один и тот же сплав может иметь разную микроструктуру в зависимости от термомеханической обработки, пороговые размахи КИН $\Delta K_{th,d}$ и ΔK_{th} представлены несколькими значениями в зависимости от величины размера зерна d . Чем больше величина d , тем больше эти пороговые размахи КИН.

Подтверждение достоверности концепции. Предложенная концепция пороговых размахов КИН материала была опробована для $(\alpha + \beta)$ -титанового сплава ВТЗ-1 в различных структурных состояниях. Для рассматриваемого сплава с разным раз-

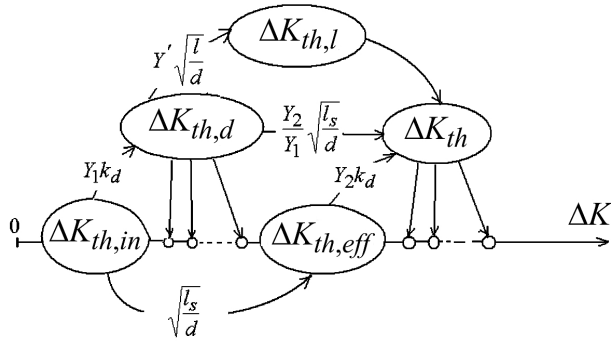


Рис. 1. Схематическое представление концепции.

мером зерна d были рассчитаны пороговые размахи КИН по исходным данным о микроструктуре и статических характеристиках механических свойств [16, 17]. Расчетные значения сравнивались с экспериментально установленными по результатам испытаний гладких образцов из сплава ВТ3-1 на усталость при $R = -1$ и образцов с надрезом на трещиностойкость при циклических нагрузках с $R = -1$ и $0,7$ [18].

Определим параметры, необходимые для расчета: из испытаний на кратковременное растяжение – параметры упругости: $E = 1,275 \cdot 10^5$ МПа, $\mu = 0,3$ и $\sigma_p = 840$ МПа [16], по результатам анализа структуры и текстуры исходных материалов [18] – микроструктурные параметры: d , b , M , h . Более подробно остановимся на определении микроструктурных параметров.

Как известно [17–20], в двухфазных ($\alpha + \beta$)-титановых сплавах “слабым звеном” является α -фаза. Поэтому усталостная трещина зарождается в α -глобулях для глобулярных и бимодальных структур, а также в α -пластинах (в частности, для сплава ВТ3-1) и пограничной межбетазеренной α -прослойке для пластинчатых структур [19]. Короткие и длинные усталостные трещины в титановых сплавах распространяются транскристаллитно при нормальной температуре [19, 20]. Таким образом, в зависимости от типа структуры диаметр α -глобуля и толщина α -пластин (или характерный размер α -прослойки) определяют величину структурного параметра d [17, 19]. На рис. 2 представлены исследуемые структуры сплава ВТ3-1.

Параметр b представляет величину вектора Бюргерса \vec{b} , в направлении которого происходит скольжение и затем прорастает трещина. Ранее [18] было определено, что исследуемые бимодальные и глобулярные структуры сплава ВТ3-1 (рис. 2,а,б) имеют базисно-призматическую текстуру, поэтому скольжение в этих структурах будет происходить либо в базисной (0002), либо в призматической $\{10\bar{1}0\}$ плоскостях с вектором Бюргерса $\vec{b} = \vec{a}$ (рис. 3). В структуре пластинчатого типа, так называемой мелкозернистой бета-превращенной (МЗБП), скольжение происходит в базисной плоскости (0002) с тем же вектором $\vec{b} = \vec{a}$. Таким образом, модуль b вектора Бюргерса будет равен межатомному расстоянию a . Известно также [21], что с увеличением примеси Al от 0 до 12 ат.% в различных титановых сплавах a изменяется от $2,95$ до $2,93 \cdot 10^{-10}$ м и c – от $4,68$ до $4,63 \cdot 10^{-10}$ м. Поэтому для сплава ВТ3-1 с содержанием 6 ат.% было принято $a = 2,94 \cdot 10^{-10}$ м и $c = 4,66 \cdot 10^{-10}$ м.

Необходимо также заметить, что, хотя само определение вектора Бюргерса \vec{b} и указывает, что он инвариантен вдоль линии дислокации, в действительности дислокация плавно изменяет характер от “винтового” к “краевому” [22]. Поэтому при установлении величины b следует использовать корректировочный множитель k' ($k' = 1$ для чисто винтового характера и $k' = 1 - \mu$ для чисто краевого). Поскольку

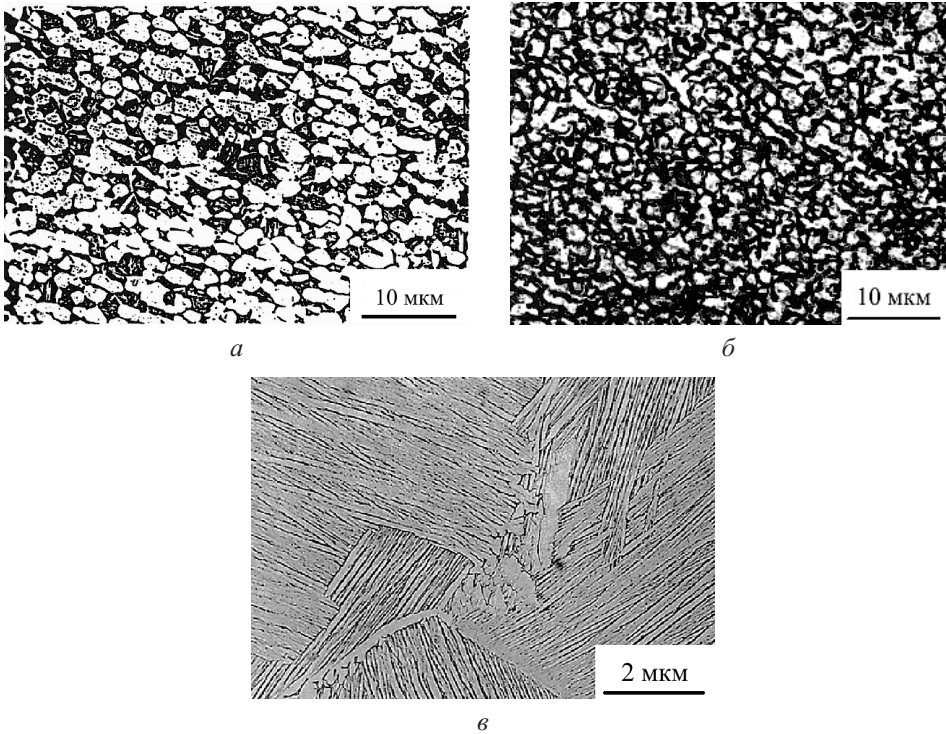


Рис. 2. Типы исследуемых структур сплава ВТ3-1: *a* – бимодальная (№ структурного состояния в таблице 2, 4, 5); *б* – глобулярная (3, 6, 7); *в* – мелкозернистая бета-превращенная (1).

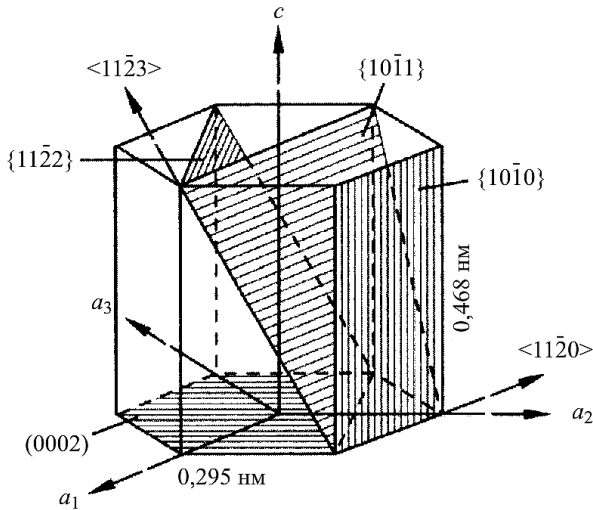


Рис. 3. Единичная ячейка ГПУ кристалла α -титана.

дислокационная линия в пределах кристалла (зерна) находится между чисто винтовым и чисто краевым характером, т.е. дислокация является “смешанной”, для смешанного характера дислокаций использовалось среднее значение k' :

$$b = k'a = \frac{2-\mu}{2} a. \quad (15)$$

Подставляя в (15) $\mu = 0,3$ и $a = 2,94 \cdot 10^{-10}$ м, имеем величину вектора Бюргера для исследуемых структур сплава ВТ3-1 $b = 2,5 \cdot 10^{-10}$ м, которая использовалась в расчетах.

Фактор Тейлора M был выбран равным двум (минимальное значение, соответствующее сдвигу в плоскости максимальных касательных напряжений), поскольку уравнение (4), в котором он фигурирует, имеет отношение к наиболее благоприятно расположенному поверхностному зерну, в котором зарождается МКТ.

Параметр h в уравнениях (4) и (14) представляет собой расстояние между соседними параллельными плоскостями скольжения в кристаллической решетке в зависимости от того, какая система скольжения активируется по отношению к направлению действия нагрузки. Как отмечалось выше, в исследуемых структурах сплава ВТ3-1 при циклической нагрузке активировалась либо базисная, либо призматическая система скольжения (рис. 3). Если базисная, то $h = c = 4,66 \cdot 10^{-10}$ м, если призматическая, то $h = b\sqrt{3} = 4,33 \cdot 10^{-10}$ м (с учетом (15)). Таким образом, для бимодальных и глобулярных структур при расчете принималось среднее значение $h_{cp} = (c + b\sqrt{3})/2 = 4,5 \cdot 10^{-10}$ м, для пластинчатой МЗБП структуры – $h = c = 4,66 \cdot 10^{-10}$ м.

Предел выносливости σ_{-1} в формулах (5) и (6) можно рассчитать по полученной в [10] зависимости σ_{-1} от размера зерна d :

$$\sigma_{-1} = A + B \arctg \left[\frac{1}{B} \left(E \sqrt{\frac{b}{4d}} - A \right) \right], \quad (16)$$

где $A = (\sigma_f + \sigma_p)/2$; $B = (\sigma_p - \sigma_f)/\pi$; $\sigma_f \cong ME[2(1+\mu)]^{-1} \cdot 10^{-3}$.

Значения l_s для исследуемых структур сплава ВТ3-1 были рассчитаны по формуле (14): для МЗБП структуры $l_s \approx 13,2d$, для глобулярных и бимодальных структур $\sim 12,74d$.

В таблице приведены полученные экспериментально [16] пороговые размахи КИН ΔK_{th}^3 и пределы выносливости σ_{-1}^3 в сравнении с расчетными значениями ΔK_{th}^p и σ_{-1}^p . Из данных таблицы видно, что наблюдается в общем хорошее совпадение расчетных значений ΔK_{th} с полученными экспериментально. Для структур № 2–6 имеет место, однако, разброс экспериментальных значений ΔK_{th}^3 в пределах 4,11... ..5,0 МПа $\sqrt{м}$, что можно объяснить очень слабой чувствительностью этой характеристики материала в отличие от предела выносливости σ_{-1} к незначительным изменениям среднего размера зерна d от 1,8 до 4 мкм для этих структур.

В таблице также приведены коэффициенты $U = (Y_2 k_d)^{-1}$, рассчитанные по (12) с учетом (3), (5), (9), (14), и для сравнения – коэффициенты U , вычисленные по формуле (2) с использованием экспериментально полученных [16] значений ΔK_{th}^3 и $\Delta K_{th,eff}^3 = 2,055$ МПа $\sqrt{м}$ ($\Delta K_{th,eff}^3 = \Delta K_{th}^3$ при $R = 0,7$). Для сравнения параметр $\Delta K_{th,eff}^p$, рассчитанный по формуле (3), равен 2,016 МПа $\sqrt{м}$. В столбцах с расчетными значениями ΔK_{th}^p (X_1), σ_{-1}^p (X_2), $(Y_2 k_d)$ (X_3) под чертой указаны погрешности расчета Δ , вычисленные по формуле

$$\Delta_i = [(X_i^p - X_i^3)/X_i^3] \cdot 100\%,$$

где X_i^p , X_i^3 – расчетные и экспериментальные значения соответственно.

Сравнение экспериментально установленных характеристик с рассчитанными для исследуемых структурных состояний сплава ВТ3-1

№ структурного состояния (рис. 2)	Тип структуры	Эксперимент					Расчет						
		d , мкм	$\sigma_{0,2}$, МПа	σ_{-1} , МПа	ΔK_{th}^3 , МПа $\sqrt{м}$	U (2)	$\left(\frac{l_s}{d}\right)^3$ (17)	$\frac{\sigma_{-1}^3}{\Delta_1}$, МПа $\sqrt{м}$ (16)	$\frac{\Delta K_{th}^p}{\Delta_2}$, МПа $\sqrt{м}$ (16)	$\frac{(Y_2 k_d)^{-1}}{\Delta_3}$ (12)	$\Delta K_{th, d}$, МПа $\sqrt{м}$ (5)	$\frac{l_{i,p}}{d}$ (23)	$\Delta K_{T, \sqrt{м}}$ (29)
1	МЗБП	0,4	1030	800	2,37	0,869	13,10	$\frac{791}{-1}$	$\frac{2,35}{-1}$	$\frac{0,855}{-2}$	0,543	11,70	3,26
2	Бимодальная	1,8	1011	750	5,00	0,412	14,75	$\frac{695}{-7}$	$\frac{4,30}{-14}$	$\frac{0,467}{+13}$	1,010	7,72	6,92
3	Глобулярная	2,0	1065	700	4,74	0,433	13,69	$\frac{658}{-6}$	$\frac{4,30}{-9}$	$\frac{0,467}{+8}$	1,010	7,82	7,30
4	Бимодальная	2,5	1027	650	4,60	0,446	11,97	$\frac{615}{-5}$	$\frac{4,49}{-2}$	$\frac{0,448}{+0,5}$	1,060	6,83	8,15
5	»	3,0	1009	600	5,00	0,412	13,83	$\frac{574}{-4}$	$\frac{4,59}{-8}$	$\frac{0,439}{+6}$	1,080	5,95	8,93
6	Глобулярная	4,0	1100	520	4,11	0,500	9,33	$\frac{504}{-3}$	$\frac{4,65}{+13}$	$\frac{0,433}{-13}$	1,093	4,59	10,32
7	»	10,0	998	350	5,06	0,407	12,48	$\frac{335}{-4}$	$\frac{4,89}{-3}$	$\frac{0,412}{+1}$	1,150	2,03	16,31

Определенные по формуле (16) пределы выносливости σ_{-1}^p (таблица) несколько отличаются от таковых, рассчитанных ранее [10, 17, 18] по той же формуле, поскольку при этом не учитывались уточнения к определению параметра b , описанные выше.

Кроме того, в таблице приведены значения относительной глубины ФМТ $(l_s/d)^3$, вычисленные с использованием экспериментальных значений ΔK_{th}^3 , σ_{-1}^3 и $Y_2 = 0,73$ по формуле, представляющей диаграмму Китагавы–Такахаши (КТ-диаграмма):

$$\left(\frac{l_s}{d}\right)^3 = \frac{1}{\pi d} \left(\frac{\Delta K_{th}^3}{Y_2 \sigma_{-1}^3}\right)^2. \quad (17)$$

Для структур № 2–7 усредненное значение $(l_s/d)_{cp}^3 = 12,67$, для структуры № 1 $(l_s/d)^3 = 13,1$, что хорошо совпадает с расчетными значениями 12,74 и 13,2 соответственно, полученными по формуле (14). Таким образом подтверждается достоверность предлагаемой концепции.

Условия перехода от ФМТ к ДТ. Выше была установлена формула (14) для расчета глубины переходной ФМТ при уровне амплитуды напряжения, соответствующей пределу выносливости σ_{-1} .

Напомним, что понимается под термином предел выносливости. Как отмечалось в [23], определение предела выносливости как амплитуды напряжения, при которой усталостная долговечность стремится к бесконечности, является одним из часто употребляемых. Математически это определение означает, что предел выносливости соответствует нижней горизонтальной асимптоте кривой усталости. Другое определение может быть постулировано: предел выносливости – это наименьшая амплитуда напряжения, при которой происходит зарождение трещины и ее последующий рост вплоть до разрушения. Или это же определение может быть сформулировано в следующем виде: предел выносливости – это наибольшая амплитуда напряжения, которая не приводит к непрерывному росту трещины до разрушения. Исходя из этого будем использовать термин *предел выносливости*, понимая под этим порог для роста коротких трещин, а не порог для зарождения трещины.

Поэтому в определении глубины l_s переходной ФМТ, соответствующей пределу выносливости, следует понимать амплитуду напряжения, максимально приближенную к пределу выносливости со стороны больших значений.

В работе [24] была выдвинута гипотеза, что при циклических нагрузках выше предела выносливости глубина переходной ФМТ должна уменьшаться в соответствии с КТ-диаграммой, продленной на область $\sigma_a > \sigma_{-1}$. С точки зрения физики процесса это объясняется тем, что с увеличением циклической нагрузки процессы, вызывающие ЗТ, будут протекать интенсивнее, и $\Delta K_{th,l}$ достигнет уровня ΔK_{th} на меньшей глубине ФМТ.

На рис. 4 представлена модифицированная КТ-диаграмма в логарифмических координатах $\sigma_a - l$ с использованием рассчитанных значений ΔK_{th}^p и σ_{-1}^p для структурного состояния № 7 сплава ВТЗ-1, где прямая l (наклонная асимптота для кривой 3) описывает график уравнения Китагавы–Такахаши [25]:

$$\sigma_a = \frac{\Delta K_{th}}{\sqrt{\pi l}}, \quad (18)$$

2 (горизонтальная асимптота для кривой 3) – график уравнения $\sigma_a = \sigma_{-1}$, 3 – график уравнения, впервые предложенного в [26]:

$$\sigma_a = \frac{\Delta K_{th}}{\sqrt{\pi(l+l_0)}}, \quad (19)$$

l_0 – так называемая “критическая длина” для данного материала, $l_0 = \Delta K_{th}^2 / (\pi\sigma_{-1}^2)$. Величина l_0 является фиктивным параметром и не имеет физического смысла. Она была введена как поправочная в уравнение (18) для более точного совпадения с экспериментальными данными [26]. Таким образом, l_0 предлагалось использовать для определения размаха порогового КИН $\Delta K_{th,l}$ для ФМТ в следующем виде [26]:

$$\Delta K_{th,l} = \Delta K_{th} \sqrt{\frac{l}{l+l_0}}. \quad (20)$$

Однако, как видно из рис. 4 (кривая 3) и уравнения (20), $\Delta K_{th,l}$ никогда не достигнет уровня ΔK_{th} , и при этом не ясно, какой размер ФМТ считать переходным к ДТ.

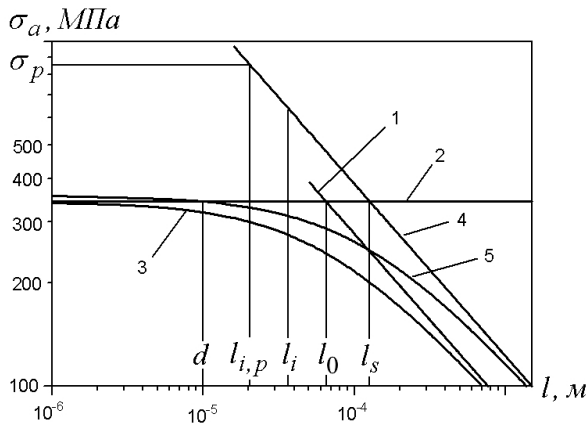


Рис. 4. Модифицированная КТ-диаграмма в логарифмических координатах $\sigma_a - l$ для структурного состояния № 7 сплава ВТЗ-1: 1 – по (18); 2 – $\sigma_a = \sigma_{-1}$; 3 – по (19); 4 – по (22); 5 – по (21).

Следует заметить, что КТ-диаграмма в виде уравнения (19) описывает дефекты типа трещин, которые имеются в исходном материале до начала циклической нагрузки. И, естественно, размахи пороговой напряженности, которые соответствуют нераспространению таких дефектов, лежат ниже предела выносливости бездефектного материала, т.е. гладких образцов. Кроме того, экспериментальные значения пороговых размахов КИН для коротких трещин $\Delta K_{th,l}$ были получены [6, 25, 26] при постепенном уменьшении глубины длинной сквозной трещины. При этом полученная таким образом ФМТ находилась в плоскости, перпендикулярной направлению растягивающей нагрузки, т.е. обладала некоторыми свойствами ДТ, за исключением очень малых размеров ПЗ у вершины. Характер ЗТ такой ФМТ существенно отличается от такового рассматриваемых ФМТ, развивающихся от гладкой поверхности вдоль кристаллографических плоскостей скольжения при нагрузках выше предела выносливости, поскольку в первом случае ЗТ обусловлено преимущественно пластичностью берегов трещины, во втором – преимущественно шероховатостью ее берегов [5, 8].

Уравнение (19) при введении в него геометрического фактора для ФМТ $Y_2 = 0,73$ и подстановки l_s , вычисленного по (14), вместо l_0 преобразуется следующим образом (на рис. 4 кривая 5):

$$\sigma_a = \frac{\Delta K_{th}}{Y_2 \sqrt{\pi(l+l_s)}}. \quad (21)$$

На рис. 4 кривая 5 (уравнение (21)) пересекает горизонтальную линию 2 ($\sigma_a = \sigma_{-1}$) в точке с абсциссой $l=d$, что свидетельствует о наличии трещин (МКТ), размер которых не превышает размера зерна, на уровне предела выносливости σ_{-1} . В этом случае имеем размер неразвивающейся трещины $l=d$, соответствующий пределу выносливости. Именно этот размер чаще всего обнаруживается экспериментально в неразрушенных гладких образцах на пределе выносливости [27], в отличие от l_s , вычисляемого по формуле (17), или l_0 – по формуле (18) при $\sigma_a = \sigma_{-1}$ с помощью экспериментальных значений σ_{-1} и ΔK_{th} и используемого некоторыми исследователями в качестве “размера неразвивающейся трещины, соответствующего пределу выносливости”, приводя таким образом к противоречию.

Во избежание этого, как указывалось выше, величину l_s следует применять к пределу выносливости, понимая при этом, выражаясь математически, уровень напряжений, превышающий предел выносливости на бесконечно малую величину. Как будет показано далее, l_s обозначает размер (глубину) ФМТ, при котором происходит смена механизмов ее распространения при одновременном последнем максимальном замедлении скорости роста.

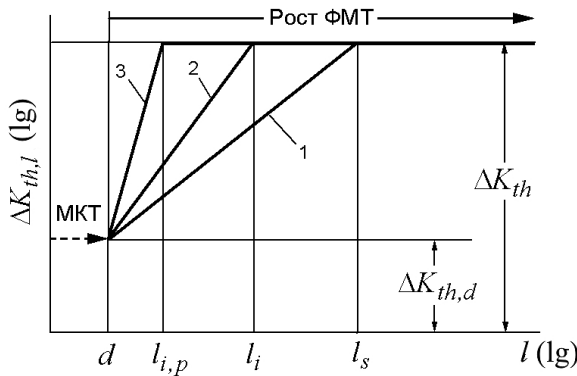


Рис. 5. Зависимость порогового размаха КИН от глубины ФМТ в логарифмических координатах $\Delta K_{th,l} - l$: 1 – $\sigma_a = \sigma_{-1}$; 2 – $\sigma_{-1} < \sigma_a < \sigma_p$; 3 – $\sigma_a = \sigma_p$.

Наклонная линия 4 на рис. 5, являющаяся асимптотой для 5, представляет график уравнения

$$\sigma_a = \frac{\Delta K_{th}}{Y_2 \sqrt{\pi l}} \quad (22)$$

и пересекает линию 2 ($\sigma_a = \sigma_{-1}$) в точке с абсциссой $l = l_s$.

Следовательно, по уравнению (22) можно определить максимальную глубину переходной ФМТ l_i при нагрузках $\sigma_a \geq \sigma_{-1}$:

$$l_i = l_s (\sigma_{-1} / \sigma_a)^2. \quad (23)$$

Таким образом, условием смены механизмов роста ФМТ при нагрузках $\sigma_a \geq \sigma_{-1}$ предполагается момент достижения растущей ФМТ равенства $\Delta K_{th,l} = \Delta K_{th}$.

В связи с этим для определения $\Delta K_{th,l}$ по уравнению (10) требуется изменить его для области $\sigma_a \geq \sigma_{-1}$. Для определения $\Delta K_{th,l}$, изменяющегося от $\Delta K_{th,d}$ до ΔK_{th} , в зависимости от нагрузки σ_a предлагается следующее уравнение:

$$\Delta K_{th,l} = \Delta K_{th,d} Y' \sqrt{\frac{l}{d} \left(\frac{l}{d}\right)^{m'}} \quad \text{при} \quad d \leq l \leq l_i, \quad (24)$$

где

$$m' = \frac{\lg\left(\frac{\sigma_a}{\sigma_{-1}}\right)}{\lg\left(\frac{l_s \sigma_{-1}^2}{d \sigma_a^2}\right)}. \quad (25)$$

Графики уравнения (24) при разных $\sigma_a \geq \sigma_{-1}$ представлены на рис. 5 в логарифмических координатах $\Delta K_{th,l} - l$.

Очевидно, что все предыдущие выкладки, касающиеся определения l_s и l_i , справедливы в области многоциклового усталости. Таким образом, необходимо ограничить применимость уравнений (22)–(24) верхним пределом σ_a , выше которого изменяется механизм инициирования МКТ и роста ФМТ. На рис. 4 и 5 этот предел предположительно представлен $\sigma_a = \sigma_p$.

Схема распространения усталостной трещины вглубь от поверхности гладкого образца при разных σ_a приведена на рис. 6. В области многоциклового усталости ($\sigma_{-1} \leq \sigma_a \leq \sigma_p$) МКТ инициируется в наиболее благоприятно расположенной плоскости скольжения первого зерна, прорастая в этой же плоскости до границы со следующим по глубине зерном. Далее ФМТ растет по такому же механизму до глубины l_i , изменяя (или нет) при этом направление развития в зависимости от ориентировки каждого последующего зерна. Затем на глубине $l = l_i$ изменяется механизм роста, и трещина развивается по дальнейшим зернам с общим направлением в плоскости, перпендикулярной направлению действия σ_a .

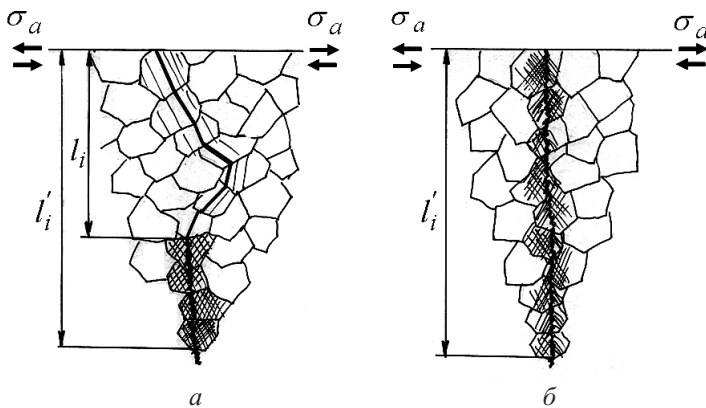


Рис. 6. Схема двухмерного представления распространения ФМТ при разных уровнях σ_a : а – $\sigma_{-1} \leq \sigma_a \leq \sigma_p$; б – $\sigma_a > \sigma_p$.

В малоциклового области ($\sigma_a > \sigma_p$) в результате появления сетки взаимопересекающихся полос скольжения в первом поверхностном зерне МКТ развивается в плоскости, перпендикулярной направлению действия σ_a , переходя из одной плоскости скольжения в другую (взаимопересекающуюся), или по границам двойников

вследствие двойникования [24], также переходя в ФМТ и ДТ. При этом существенно изменяются условия ЗТ и стираются четкие различия в характере поведения между МКТ, ФМТ и ДТ. Вероятно, в таких условиях критерий $\Delta K_{th,l} = \Delta K_{th}$ для определения переходной глубины ФМТ не применим.

Как отмечалось выше, на аномальный рост ФМТ по сравнению с ДТ кроме ЗТ оказывает влияние размер ПЗ перед вершиной усталостной трещины. При $\sigma_a \leq \sigma_p$ ПЗ перед вершиной ФМТ, развивающейся вдоль одной плоскости скольжения в каждом зерне (рис. 6,а), всегда будет ограничена границей зерна. При $\sigma_a > \sigma_p$ (рис. 6,б) ПЗ будет постепенно увеличиваться по мере роста трещины, одновременно находясь под влиянием границы зерна до тех пор, пока ее размер $r_{p,c}$ не станет больше размера зерна d .

Таким образом, можно принять, что критерием перехода ФМТ к ДТ является условие $r_{p,c} = d$ как необходимое и достаточное.

Размер реверсивной пластической зоны $r_{p,c}$ в условиях плоской деформации можно выразить как [12, 28, 29]

$$r_{p,c} = \frac{1}{12\pi} \left(\frac{\Delta K}{\sigma_{YS}} \right)^2, \quad (26)$$

где σ_{YS} – напряжение текучести (предел текучести).

Выше указывалось, что за границу между много- и малоциклового областями принято $\sigma_a = \sigma_p$, где σ_p представляет предел пропорциональности, выше которого начинается макротекучесть материала. Поэтому, подставляя в (26) $r_{p,c} = d$, $\sigma_{YS} = \sigma_p$ и

$$\Delta K = \sigma_a Y_2 \sqrt{\pi l}, \quad (27)$$

получаем выражение для определения глубины l'_i перехода ФМТ к ДТ:

$$\frac{l'_i}{d} = 12 \left(\frac{\sigma_p}{Y_2 \sigma_a} \right)^2. \quad (28)$$

Заметим, что в работах [30, 31] приводятся эмпирические формулы для определения размера ПЗ, отличающиеся от (26) значением коэффициента перед $(\Delta K / \sigma_{YS})^2$, которые были предложены различными авторами. В частности, отмечается [31], что для высокопрочных сталей, алюминиевых и $(\alpha + \beta)$ -титановых сплавов хорошо выполняется формула типа (26), но с коэффициентом 0,033. Значение коэффициента $1/(12\pi) \cong 0,0265$, полученное теоретически [29], близко к нему. Поэтому далее будем пользоваться выражением (26), что в итоге приведет к консервативной оценке долговечности на стадии роста трещины.

Подставляя (28) в (27), получаем выражение для определения размаха КИН ΔK_T при переходе ФМТ к ДТ, т.е. при $l = l'_i$, в зависимости от размера зерна d и независимо от уровня нагрузки σ_a :

$$\Delta K_T = \sigma_p \sqrt{12\pi d}. \quad (29)$$

Интересно отметить, что в [31] для алюминиевых сплавов было получено похожее эмпирическое выражение:

$$\Delta K_T = 5,5 \sigma_{YS} \sqrt{d}, \quad (30)$$

где ΔK_T представляет значение ΔK в характерной переломной точке на кинетической диаграмме усталостного разрушения (КДУР), построенной по результатам испытаний на трещиностойкость при росте длинных усталостных трещин. По мнению авторов [31], эта точка является точкой перехода от структурно-чувствительного к структурно-нечувствительному участку КДУР.

Исходя из вышеизложенного можно заключить, что необходимым и достаточным условием перехода от ФМТ к ДТ во всем диапазоне нагрузки σ_a следует считать достижение размером ПЗ $r_{p,c}$ размера зерна, что соответствует критерию $\Delta K = \Delta K_T$. Только в области многоциклового усталости ($\sigma_a \leq \sigma_p$) интервал роста ФМТ необходимо разделять на два участка: первый – от глубины d до l_i , когда трещина распространяется вдоль плоскостей скольжения отдельных зерен; второй – от l_i до l'_i , когда трещина распространяется в плоскости, перпендикулярной направлению действия растягивающей нагрузки.

Таким образом, при смене механизма распространения трещины на глубине $l = l_i$, соответствующей $\Delta K = \Delta K_{th}$, ее все еще нужно считать ФМТ.

Следует отметить также зависимость относительной глубины ФМТ $l_{i,p}/d$, соответствующей характерному переходному уровню нагрузки $\sigma_a = \sigma_p$, от размера зерна d . На рис. 7 представлена эта зависимость в соответствии с уравнением (23) при подстановке в него значений $\sigma_p = 840$ МПа и σ_{-1}^p , вычисляемого по формуле (16), для сплава ВТ3-1.

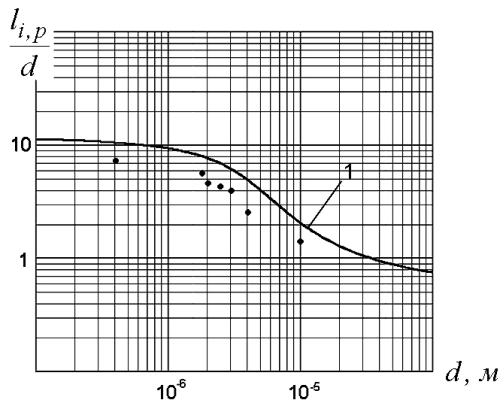


Рис. 7. Зависимость относительной глубины трещины $l_{i,p}/d$ (1) и $l_{0,2}/d$ (точки), соответствующей переходному уровню нагрузки, от размера зерна d .

Как видно из рис. 7, количество зерен $l_{i,p}/d$, соответствующее переходному уровню $\sigma_a = \sigma_p$, с увеличением размера зерна d уменьшается, т.е. для очень мелкого зерна глубина $l_{i,p} \approx l_s$ (практически такая же, как на уровне σ_{-1}), а для зерна $d \geq 20 \dots 30$ мкм она достигает 1 размера зерна. Там же для сравнения приведены значения $l_{0,2}/d$, рассчитанные по (23) при подстановке экспериментальных значений σ_{-1}^3 и $\sigma_{0,2}$ (вместо σ_p) для соответствующих d из таблицы, которые свидетельствуют об аналогичном характере зависимости. Рассчитанные величины $l_{i,p}/d$ и ΔK_T представлены в таблице. Для установления истинного значения напряжения, соответствующего смене механизмов развития МКТ и ФМТ как граничного условия между много- и малоциклового усталостью, необходимо провести соответствующее экспериментальное исследование.

В дальнейших публикациях будет показано, как предложенную концепцию пороговых размахов КИН и критерии перехода $\Delta K_{th,l} = \Delta K_{th}$ и $\Delta K = \Delta K_T$ можно

использовать для расчета скорости роста ФМТ и ДТ, а следовательно, и для расчета долговечности на второй стадии усталостного разрушения.

Выводы

1. На основании предложенной концепции пороговых размахов КИН можно рассчитывать глубину l_s переходной ФМТ, соответствующую уровню нагрузки, близкому к пределу выносливости σ_{-1} . Формула для расчета этой величины включает микроструктурные параметры: размер зерна d , фактор Тейлора M , параметры кристаллической решетки (величина вектора Бюргерса b , расстояние h между смежными плоскостями скольжения в кристаллической решетке и деформационный параметр), коэффициент Пуассона μ исходного материала и применима для металлов с плоским скольжением дислокаций при симметричном цикле одноосной регулярной нагрузки.

2. Величина l_s представляет глубину ФМТ на уровне нагрузки, близком к пределу выносливости σ_{-1} , при смене механизмов ее роста, но не переход к ДТ, как считалось ранее [18, 24].

3. Условием смены механизмов является достижение пороговым размахом КИН $\Delta K_{th,l}$ для ФМТ порогового значения ΔK_{th} для ДТ, при котором заканчивается рост ФМТ вдоль плоскостей наиболее благоприятного скольжения отдельных зерен и она продолжает развиваться в плоскости, перпендикулярной направлению действия нагрузки.

4. Критерием перехода ФМТ к ДТ во всем диапазоне нагрузок является достижение ФМТ глубины l'_i , при которой размер реверсивной ПЗ $r_{p,c}$ перед вершиной трещины равен размеру зерна d .

5. Предлагается условной границей между многоциклового и малоциклового областями усталостного разрушения считать предел пропорциональности σ_p (или условный предел текучести $\sigma_{0,2}$), при котором происходит смена механизмов роста МКТ и начального роста ФМТ. Два различных участка роста ФМТ относятся к области многоциклового усталости ($\sigma_{-1} \leq \sigma_a \leq \sigma_p$). В области малоциклового усталости различия в механизмах распространения МКТ, ФМТ и ДТ стираются.

Резюме

Установлено співвідношення між пороговими розмахами коефіцієнта інтенсивності напружень матеріалу для мікроструктурно короткої, фізично малої та довгої тріщин в залежності від мікроструктури за симетричного циклу навантаження. Розраховані за запропонованою концепцією порогові розмахи коефіцієнта інтенсивності напружень для титанового сплаву ВТЗ-1 у різних структурних станах добре збігаються з визначеними експериментально. Запропоновано критерії переходу від фізично малої тріщини до довгої в залежності від рівня прикладеної амплітуди навантаження. В усьому діапазоні амплітуд навантаження за критерій переходу від фізично малої до довгої тріщини прийнято умову, коли розмір реверсивної пластичної зони попереду вістря втомної тріщини досягне розміру зерна. В області багатоциклової втоми фізично малу тріщину потрібно розділяти на дві ділянки внаслідок зміни механізмів її росту під час досягнення розмахом коефіцієнта інтенсивності напружень порогового значення ΔK_{th} для довгої тріщини.

1. *Механика разрушения и прочность материалов. Справочное пособие: В 4 т. / Под ред. В. В. Панасюка. – Киев: Наук. думка, 1990. – Т. 4: Усталость и циклическая трещиностойкость конструкционных материалов / О. Н. Романив., С. Я. Ярема, Г. Н. Никифорчин и др. – 680 с.*

2. *Standard Test Method for Measurements of Fatigue Crack Growth Rates* // ASTM STP E647-00. – 2000.
3. *Akiniwa Y. and Tanaka K.* Statistical characteristics of propagation of small fatigue cracks in smooth specimens of aluminium alloy 2024-T3 // *Mater. Sci. Eng. A.* – 1988. – **104**. – P. 105 – 115.
4. *Guide to Methods for Assessing the Acceptability of Flaws in Metallic Structures* // British Standard BS 7910. – 2005.
5. *Tanaka K.* Fatigue crack propagation // *Comp. Struct. Integr.* – 2003. – **4**. – P. 95 – 127.
6. *Davidson D., Chan K., McClung R., and Hudak S.* Small fatigue cracks // *Ibid.* – P. 129 – 164.
7. *Miller K. J.* The behavior of short fatigue cracks and their initiation. Pt. II. General summary // *Fatigue Fract. Eng. Mater. Struct.* – 1987. – **10**. – P. 93 – 113.
8. *Tanaka K. and Akiniwa Y.* Modeling of fatigue crack growth: mechanistic models // *Comp. Struct. Integr.* – 2003. – **4**. – P. 165 – 189.
9. *Santus C. and Taylor D.* Physically short crack propagation in metals during high cycle fatigue // *Int. J. Fatigue.* – 2009. – **31**. – P. 1356 – 1365.
10. *Герасимчук О. М.* Узагальнена залежність границі витривалості від розміру зерна матеріалу // *Пробл. прочності.* – 2011. – № 2. – С. 128 – 144.
11. *Hertzberg R. W.* A simple calculation of da/dN data in the near threshold regime and above // *Int. J. Fract.* – 1993. – **64**. – P. R53 – R58.
12. *Chan K. S.* Variability of large-crack fatigue-crack-growth thresholds in structural alloys // *Met. Mater. Trans. A.* – 2004. – **35A**. – P. 3721 – 3735.
13. *Murakami Y.* Analysis of stress intensity factors of mjdes I, II, and III for inclined surface cracks of arbitrary shape // *Eng. Fract. Mech.* – 1985. – **22**, No. 1. – P. 101 – 114.
14. *McEvily A. J., Endo M., and Murakami Y.* On the \sqrt{area} relationship and the short fatigue threshold // *Fatigue Fract. Eng. Mater. Struct.* – 2003. – **26**. – P. 269 – 278.
15. *Murakami Y.* High and ultrahigh cycle fatigue // *Comp. Struct. Integr.* – 2003. – **4**. – P. 41 – 76.
16. *Троценко В. Т., Грязнов Б. А., Налимов Ю. С. и др.* Сопротивление усталости и циклическая трещиностойкость титанового сплава ВТ3-1 в различных структурных состояниях. Сообщ. 1. Методики исследования и экспериментальные результаты // *Пробл. прочності.* – 1995. – № 5-6. – С. 3 – 11.
17. *Herasymchuk O. M.* Nonlinear relationship between the fatigue limit and quantitative parameters of material microstructure // *Int. J. Fatigue.* – 2011. – **33**. – P. 649 – 659.
18. *Герасимчук О. М., Кононученко О. В.* Модель для прогнозування втомної довговічності титанових сплавів. Повідом. 2. Апробація моделі та аналіз отриманих результатів // *Пробл. прочності.* – 2013. – № 2. – С. 58 – 69.
19. *Герасимчук О. М., Налимов Ю. С., Марковський П. Є. та ін.* Вплив мікроструктури титанових сплавів на характеристики опору втомі // Там же. – 2011. – № 3. – С. 67 – 82.
20. *Nalla R. K., Boyce B. L., Campbell J. P., et al.* Influence of microstructure on high-cycle fatigue of Ti-6Al-4V: bimodal vs lamellar structures // *Met. Mater. Trans.* – 2002. – **33A**. – P. 899 – 918.
21. *Lütjering G. and Williams J. C.* Titanium. – New York: Springer, 2003. – 379 p.

22. *Hirth J. P. and Lothe J.* Theory of Dislocations (2 edition). – New York: Wiley, 1982. – 857 p.
23. *Schijve J.* Fatigue of Structures and Materials. – New York: Springer, 2009. – 626 p.
24. *Герасимчук О. М., Кононученко О. В.* Модель для прогнозування втомної довговічності титанових сплавів. Повідом. 1. Розробка моделі втомної довговічності до ініціювання мікроструктурно короткої тріщини і моделі росту фізично малої та довгої тріщин // Пробл. прочности. – 2013. – № 1. – С. 64 – 79.
25. *Kitagawa H. and Takahashi S.* Applicability of fracture mechanics to very small cracks or the cracks in the early stage // Proc. of the Second Int. Conf. of Mechanical Behavior of Materials. – Metals Park (OH): ASM. – 1976. – P. 627 – 631.
26. *El Haddad M. M., Smith K. N., and Topper T. U.* Fatigue crack propagation of short cracks // J. Eng. Mater. Technol. – 1979. – **101**, No. 1. – P. 42 – 46.
27. *Трощенко В. Т., Хамаза Л. А.* Условия перехода от рассеянного к локализованному усталостному повреждению металлов и сплавов. Сообщ. 1. Размеры трещин при пределе выносливости // Пробл. прочности. – 2014. – № 3. – С. 5 – 20.
28. *Lukas J. P. and Gerberich W. W.* A proposed criterion for fatigue threshold: dislocation substructure approach // Fatigue Fract. Eng. Mater. Struct. – 1983. – **6**. – P. 271 – 280.
29. *Матвиенко Ю. Г.* Модели и критерии механики разрушения. – М.: Физматлит, 2006. – 328 с.
30. *Yoder G. R., Cooley L. A., and Crooker T. W.* Quantitative analysis of microstructural effects on fatigue crack growth in widmanstatten Ti–6Al–4V and Ti–8Al–1Mo–1V // Eng. Fract. Mech. – 1979. – **11**. – P. 805 – 816.
31. *Yoder G. R., Cooley L. A., and Crooker T. W.* On microstructural control of near-threshold fatigue crack growth in 7000-series aluminum alloys // Scr. Met. – 1982. – **16**. – P. 1021 – 1025.

Поступила 09. 12. 2013