

О критической нагрузке при растяжении плоских и круглых образцов с глубокой выточкой

В. И. Смирнов

Петербургский государственный университет путей сообщения, Санкт-Петербург, Россия
vsmirnov1@gmail.com

С помощью структурного критерия разрушения оценивается предельная нагрузка для пластины с боковыми вырезами гиперболической формы и для тела вращения с кольцевой выточкой такой же формы в условиях одноосного растяжения. Анализируются условия согласования структурного критерия с классическими критериями прочности. Дано сравнение с экспериментальными данными, а также с результатами, полученными по теории макронапряжений Леонова–Русинко.

Ключевые слова: структурный критерий прочности, боковой вырез, кольцевая выточка, критическая нагрузка, структурный параметр разрушения, коэффициент интенсивности напряжений, предел прочности.

Обозначения

| | | |
|--|---|--|
| (x, y) | – | прямоугольные координаты |
| (r, z) | – | цилиндрические координаты |
| (ξ, η) | – | эллиптические координаты |
| ν | – | коэффициент Пуассона |
| σ_c | – | предел статической прочности при растяжении |
| K_I | – | коэффициент интенсивности напряжений |
| K_{Ic} | – | критический коэффициент интенсивности напряжений (вязкость разрушения) |
| a | – | полуширина перемычки, радиус перешейка |
| ρ | – | радиус кривизны в вершине выреза (выточки) |
| P | – | нагрузка |
| $\sigma_x, \sigma_y, \sigma_z, \sigma_\varepsilon$ | – | разрывающее напряжение |
| P^* | – | критическая нагрузка (напряжение) |
| d | – | структурный параметр разрушения |
| ρ_0 | – | структурный параметр материала |
| d_e | – | эффективный структурный параметр разрушения |
| d_0 | – | обобщенный структурный параметр разрушения |
| k | – | коэффициент концентрации макронапряжений |
| l | – | длина трещины |

Введение. Известно, что классические критерии Гриффитса и Ирвина неприменимы в области неустойчивых коротких трещин, так как приводят к неограниченной разрушающей нагрузке. Аналогичная ситуация имеет место в случае гладких концентраторов напряжений – коэффициент концентрации напряжений K_I при больших значениях оказывается непригодным для определения критической нагрузки. В связи с этим Г. Нейбером [1] и В. В. Новожиловым [2] было предложено усреднять

напряжения в зоне их высокой концентрации у вершины трещины на определенном расстоянии d . Соответствующий силовой критерий разрушения получил название структурного.

Первоначально структурный параметр разрушения d ассоциировался с межатомным расстоянием и размерами зерен. Поскольку для полимеров параметр d , вообще говоря, не определен, в [3, 4] было предложено выбирать его из условия согласования структурного критерия с критерием Гриффитса–Ирвина в простейших случаях. Таковым, в частности, является задача об одноосном растяжении неограниченной пластины с центральной трещиной длиной $2l$ напряжением p , приложенным на удалении. Структурный критерий разрушения при этом записывается следующим образом [5, 6]:

$$\frac{1}{d} \int_l^{l+d} \sigma_y(x) dx = \sigma_c, \quad (1)$$

где $\sigma_y(x)$ – распределение разрывающего напряжения на продолжении трещины (начало декартовых координат расположено в середине трещины, ось Ox направлена вдоль трещины); σ_c – предел статической прочности материала при растяжении; структурный параметр разрушения d определяется из равенства [7]

$$d = \frac{2K_{Ic}^2}{\pi\sigma_c^2}, \quad (2)$$

K_{Ic} – вязкость разрушения (плоская деформация).

В более сложных случаях условие согласования с классическими критериями требует обобщения параметра d , чтобы учесть размерность задачи, форму дефекта и размеры тела.

Цель данной работы заключается в определении указанных условий согласования структурного критерия с классическими критериями разрушения применительно к двум задачам: растяжение упругой бесконечной пластины с боковыми вырезами гиперболической формы и растяжение упругого пространства с глубокой кольцевой выточкой такой же формы.

Плоская задача. Рассмотрим задачу о растяжении в направлении оси ординат неограниченной пластины с боковыми вырезами гиперболической формы силами, главный вектор которых (на единицу толщины пластины) равен P (рис. 1).

Распределение разрывающего напряжения на перемычке в эллиптических координатах (ξ, η) имеет вид [1]

$$\sigma_\xi(0, \eta) = \frac{p \sin \eta_0}{\eta_0 + \sin \eta_0 \cos \eta_0} \frac{1}{\cos \eta} \left(1 + \frac{\cos^2 \eta_0}{\cos^2 \eta} \right), \quad (3)$$

где $p = P/(2at)$; t – толщина пластины, принимаемая равной единице; a – полуширина перемычки.

Эллиптические координаты (ξ, η) связаны с декартовыми (x, y) следующими выражениями:

$$x = a \operatorname{sh} \xi \cos \eta; \quad y = a \operatorname{ch} \xi \sin \eta. \quad (4)$$

Напряжению $\sigma_\xi(\xi = 0, \eta)$ в прямоугольных координатах соответствует напряжение $\sigma_y(x, y = 0)$. Значению η_0 отвечает вырез заданной кривизны ρ в его вершине $\rho = a/\operatorname{tg}^2 \eta_0$.

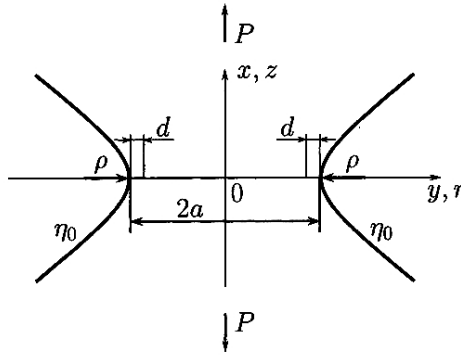


Рис. 1. Пластина с боковыми вырезами.

Из (3) следуют два предельных случая: 1) при $\eta_0 \rightarrow 0$ имеем напряжение для бездефектной пластины $\sigma_y = p = P/(2a)$; 2) при $\eta_0 \rightarrow \pi/2$ получаем распределение напряжения на перемычке в пластине с двумя полубесконечными краевыми трещинами

$$\sigma_y = \frac{P}{\pi\sqrt{a^2 - x^2}}. \tag{5}$$

При $x \rightarrow a$ выражение (5) можно заменить приближенным

$$\sigma_y \approx \frac{P}{\pi\sqrt{2a(a-x)}}.$$

Коэффициент интенсивности напряжений в случае 2) равен

$$K_I = \frac{P}{\sqrt{\pi a}}. \tag{6}$$

Применим к (3) структурный критерий прочности (1), который в эллиптических координатах записывается следующим образом:

$$\frac{a}{d_0} \int_{\eta_1}^{\eta_0} \sigma_\xi(0, \eta) \cos \eta d\eta = \sigma_c, \quad \eta_1 = \arcsin(1 - d_0/a), \tag{7}$$

где

$$d_0 = \begin{cases} d & \text{при } d \leq a, \\ a & \text{при } d > a; \end{cases} \tag{8}$$

параметр d определяется согласно (2).

Окончательно критическое значение нагрузки принимает вид

$$\frac{p^*}{\sigma_c} = \frac{d_0}{a} \frac{\eta_0 + \sin \eta_0 \cos \eta_0}{\sin \eta_0} \frac{1}{\eta_0 - \eta_1 + \cos^2 \eta_0 (\operatorname{tg} \eta_0 - \operatorname{tg} \eta_1)}, \tag{9}$$

$$\eta_1 = \arcsin(1 - d_0/a).$$

Следствием (9) являются два предельных случая:

при $\eta_0 \rightarrow 0$ критическая нагрузка для пластины без вырезов будет $p^* / \sigma_c = 1$;
 при $\eta_0 \rightarrow \pi/2$ для пластины с краевыми трещинами имеем

$$\frac{p^*}{\sigma_c} = \frac{\pi d_0}{2a \arccos(1 - d_0/a)}. \quad (10)$$

В свою очередь, из (10) следует приближенное решение при $d_0 = d \ll a$:

$$p^* / \sigma_c = (\pi/2) \sqrt{d/(2a)}. \quad (11)$$

Подставив d из (2) в (11), получим зависимость p^* от K_{Ic} :

$$p^* = (1/2) K_{Ic} \sqrt{\pi/a}. \quad (12)$$

Для удобства вычисления перепишем выражение (9) в следующем виде:

$$\left\{ \begin{aligned} \frac{p^*}{\sigma_c} &= \frac{f(\alpha)\Theta}{f(\alpha) - g(\alpha) - \frac{1-\Theta}{\sqrt{1+\alpha}\sqrt{1+\alpha(2\Theta-\Theta^2)}}}; \\ f(\alpha) &= \sqrt{(1+\alpha)/\alpha} \arcsin \sqrt{\alpha/(1+\alpha)} + 1/\sqrt{1+\alpha}; \\ g(\alpha) &= \sqrt{(1+\alpha)/\alpha} \arcsin[\sqrt{\alpha/(1+\alpha)}(1-\Theta)]; \\ \Theta &= d_0/a; \quad \alpha = a/\rho; \quad 0 \leq \alpha < \infty. \end{aligned} \right. \quad (13)$$

Зависимость (13) представлена на рис. 2 кривой 1. Там же точками нанесены экспериментальные данные, полученные при испытаниях на одноосное растяжение образцов в виде полос с вырезами гиперболического профиля из серого чугуна СЧ 24-48 ($\sigma_c = 270$ МПа, вязкость разрушения не указана) [8]. Ширина перемычки в экспериментах оставалась постоянной ($2a = 16$ мм), изменялся только радиус кривизны у вершины вырезов (0,5...16 мм).

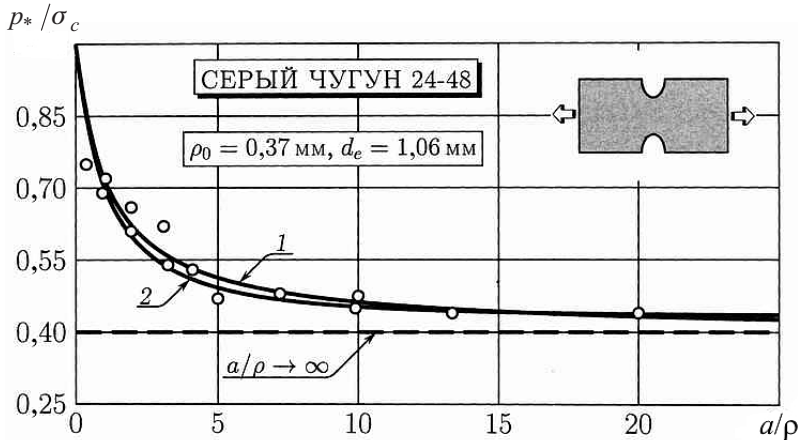


Рис. 2. Зависимость предельной нагрузки от радиуса кривизны выреза. (Здесь и на рис. 3: 1 – по структурному критерию; 2 – по критерию Леонова–Русинко.)

Хорошее совпадение теоретической кривой (13) с экспериментальными данными получено при $d = 1,06$ мм. Такое усредненное значение структурного параметра, определенное по данным экспериментов, следуя [9], будем называть эффективным структурным параметром разрушения d_e .

Вязкость разрушения серого чугуна составляет 11...20 МПа $\sqrt{м}$ [10]. Поэтому теоретическое значение структурного параметра, согласно равенству (2), находится в диапазоне 1,06...3,5 мм. Таким образом, эффективное значение структурного параметра совпадает с нижней теоретической оценкой.

В работе [8] также теоретически на основе гипотезы макронапряжений Леонова–Русинко [11] определена разрушающая нагрузка по формуле $p_* = \sigma_c/k$, в которой коэффициент концентрации макронапряжений k , зависящий от геометрии концентратора и структурного параметра материала ρ_0 , вычисляется следующим образом:

$$k = \frac{2 \left[u + \frac{1+\nu}{2} \left(\sin^2 v - \frac{1}{1+\kappa^2} \right) \frac{\text{sh } u \text{ ch } u}{\text{sh}^2 u + \cos^2 v} + \frac{\nu \vartheta}{\sqrt{\kappa^2 + \vartheta(2-\vartheta)}} \right]}{\vartheta(1+\nu) \left(\text{arccctg } \kappa + \frac{\kappa}{\kappa^2 + 1} \right)}, \quad (14)$$

$$\text{sh}^2 u = 1 / (1 + \kappa^2) \left[\sqrt{\vartheta^2(1-\vartheta)^2 + (\kappa^2/2 + \vartheta)^2} - \vartheta(1-\vartheta) - \kappa^2/2 \right];$$

$$\text{ch}^2 u = 1 / (1 + \kappa^2) \left[\sqrt{\vartheta^2(1-\vartheta)^2 + (\kappa^2/2 + \vartheta)^2} - \vartheta(1-\vartheta) + \kappa^2/2 + 1 \right];$$

$$\cos^2 v = 1 / (1 + \kappa^2) \left[\sqrt{\vartheta^2(1-\vartheta)^2 + (\kappa^2/2 + \vartheta)^2} + \vartheta(1-\vartheta) + \kappa^2/2 \right];$$

$$\sin^2 v = 1 / (1 + \kappa^2) \left[-\sqrt{\vartheta^2(1-\vartheta)^2 + (\kappa^2/2 + \vartheta)^2} - \vartheta(1-\vartheta) + \kappa^2/2 + 1 \right];$$

$$\kappa = \sqrt{\rho/a}; \quad \vartheta = \rho_0/a.$$

Критическая нагрузка, определенная по критерию Леонова–Русинко, при $\nu = 0,3$ показана на рис. 2 кривой 2. Эта кривая построена при значении $\rho_0 = 0,37$ мм, которое наилучшим образом удовлетворяет экспериментальным данным [8]. Как видно, обе теоретические кривые расположены очень близко друг к другу. Заметим, что в обоих подходах присутствует структурный параметр прочности, в который, однако, вкладывается различный физический смысл. Отметим также, что решение Нейбера в этой задаче ограничено случаем $d \leq 2a$.

Осесимметричная задача. Рассмотрим аналогичную осесимметричную задачу. Пусть тело вращения с глубокой кольцевой выточкой гиперболического профиля растягивается на бесконечности силами P . Распределение разрывающего напряжения на перешейке в эллиптических координатах (ξ, η) имеет вид [1]

$$\sigma_\xi(0, \eta) = \frac{p(1 + \cos \eta_0)}{2\beta \cos^3 \eta} [(\beta - \cos \eta_0) \cos^2 \eta + \cos^2 \eta_0], \quad (15)$$

$$\beta = 1 + 2\nu \cos \eta_0 + \cos^2 \eta_0,$$

где $p = P/(\pi a^2)$; a – радиус перешейка; ν – коэффициент Пуассона.

Из (15) следуют предельные случаи: а) при $\eta_0 \rightarrow 0$ напряжение для гладкого круглого образца будет $\sigma_z = p = P/(\pi a^2)$; б) при $\eta_0 \rightarrow \pi/2$ распределение напряжения на перешейке внешней круговой трещины (в цилиндрической системе координат $r\theta z$, рис. 1) таково:

$$\sigma_z = \frac{P}{2\pi a\sqrt{a^2 - r^2}}, \quad (16)$$

откуда следует коэффициент интенсивности напряжений

$$K_I = (1/2)p\sqrt{\pi a}. \quad (17)$$

Применим структурный критерий в виде (7) к (15):

$$\frac{p^*}{\sigma_c} = \frac{2(1+2\nu \cos \eta_0 + \cos^2 \eta_0)(d_0/a)}{(1+\cos \eta_0)[(1-(1-2\nu)\cos \eta_0 + \cos^2 \eta_0)(\eta_0 - \eta_1) + \cos^2 \eta_0(\operatorname{tg} \eta_0 - \operatorname{tg} \eta_1)]}, \quad (18)$$

$$\eta_1 = \arcsin(1 - d_0/a),$$

где по-прежнему величина d_0 определяется согласно (8).

Рассмотрим частные случаи (18):

1) $\eta_0 \rightarrow 0$, бездефектное пространство: $p^*/\sigma_c = 1$; 2) $\eta_0 \rightarrow \pi/2$, внешняя круговая трещина:

$$\frac{p^*}{\sigma_c} = \frac{2d_0}{a \arccos(1 - d_0/a)}. \quad (19)$$

Из (19) следует приближенное решение при $d_0 = d \ll a$:

$$p^*/\sigma_c = \sqrt{2d/a}. \quad (20)$$

Подставляя значение d из (2) в (20), получаем предельную нагрузку в зависимости от вязкости разрушения K_{Ic} :

$$p^* = 2K_{Ic}/\sqrt{\pi a}. \quad (21)$$

Этот результат непосредственно следует из (17) при использовании критерия разрушения Ирвина $K_I = K_{Ic}$.

Как и в плоской задаче, для численных расчетов выражение для предельной нагрузки (18) удобно записать в зависимости от соотношения $a/p = \operatorname{tg}^2 \eta_0$:

$$\frac{p^*}{\sigma_c} = \frac{2\Theta h(\alpha)(1+\alpha)}{(1+\sqrt{1+\alpha})(h(\alpha)\sqrt{1+\alpha}-1)q(\alpha) - \frac{1-\Theta}{\sqrt{1+\alpha(2\Theta-\Theta^2)}} + 1}, \quad (22)$$

$$h(\alpha) = 2 + \frac{2\nu}{\sqrt{1+\alpha}} - \frac{\alpha}{1+\alpha};$$

$$q(\alpha) = \sqrt{(1+\alpha)/\alpha} \arcsin \sqrt{\alpha/(1+\alpha)} - \sqrt{(1+\alpha)/\alpha} \arcsin [\sqrt{\alpha/(1+\alpha)}(1-\Theta)];$$

$$\Theta = d_0/a; \quad \alpha = a/\rho; \quad 0 \leq \alpha < \infty.$$

Зависимость (22) при $\nu = 0,3$ представлена на рис. 3 кривой 1. Там же точками нанесены экспериментальные данные, взятые из работы [12]. В указанной работе проводились испытания на одноосное растяжение круглых образцов с глубокой кольцевой выточкой гиперболического профиля из серого чугуна. Радиусы перешейка и кривизны у вершины выточки не указаны.

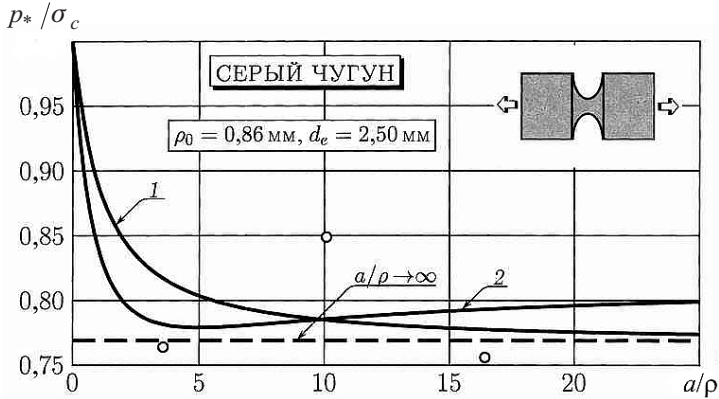


Рис. 3. Зависимость предельной нагрузки от радиуса кривизны кольцевой выточки.

Также в [12] на основе гипотезы макронапряжений Леонова–Русинко [11] определена разрушающая нагрузка, которая, как и в плоской задаче, рассчитывается через коэффициент концентрации макронапряжений k ($p_* = \sigma_c/k$) и структурный параметр материала ρ_0 (макрорасширение сферы радиуса ρ_0).

Эффективный коэффициент концентрации макронапряжений в этой задаче будет

$$k = \frac{\sqrt{1+\kappa^2} + \kappa}{2\vartheta\mu_2} \left[\frac{\kappa^2 - \mu_1 - \mu}{2\mu_1} \sqrt{\frac{\mu_1 - \mu}{1+\kappa^2}} + \left(\frac{\kappa}{\sqrt{1+\kappa^2}} - \mu_2 - 1 + 2\nu \right) \left(\operatorname{arccotg} \sqrt{\frac{\mu_1 - \mu}{1+\kappa^2}} - \frac{\pi}{2} \right) + \frac{2\nu\vartheta}{\sqrt{2\mu + \vartheta^2}} \right], \quad (23)$$

$$\kappa = \sqrt{\rho/a}; \quad \vartheta = \rho_0/a; \quad \mu = \vartheta(1-\vartheta) + \frac{\kappa^2}{2};$$

$$\mu_1 = \sqrt{\mu^2 + \vartheta^2(1+\kappa^2)}; \quad \mu_2 = 1 + 2\nu \frac{\kappa}{\sqrt{1+\kappa^2}} + \frac{\kappa^2}{1+\kappa^2}.$$

Зависимость критической нагрузки от безразмерного радиуса кривизны в вершине выточки, построенная по критерию Леонова-Русинко в соответствии с (23) (при $\nu = 0,3$), приведена на рис. 3 кривой 2. Кривые 1 и 2 на рис. 3 рассчитаны для случая $a = 8$ мм.

Как видно, эффективные значения структурных параметров в случае круглых образцов ($\rho_0 = 0,86$ мм, $d_e = 2,5$ мм) отличаются от таковых для плоских образцов ($\rho_0 = 0,37$ мм, $d_e = 1,06$ мм). Для круглых образцов, как указывалось выше, неизвестны марка серого чугуна и радиус перемычки.

Отметим, что структурный критерий разрушения Нейбера–Новожилова (6) “дает” монотонную зависимость $p_* / \sigma_c = f(a/\rho)$, выходящую на асимптоту Ирвина при $a/\rho \rightarrow \infty$ (на рис. 3 штриховая линия), что соответствует трещине. В то же время кривая 2 на рис. 3, построенная на основании макроскопической теории хрупкого разрушения (23), имеет выраженный минимум, что с физической точки зрения очень неожиданно. Такие же минимумы отмечаются и в случае изгиба плоских [13] и круглых [12] образцов с гиперболическими вырезами. В [14] предпринимаются попытки объяснить этот эффект на основе испытаний на циклическую прочность.

Зона предразрушения и размер минимального поперечного сечения. Характерный линейный размер зоны предразрушения d является константой материала и может определяться или непосредственно из эксперимента (эффективное значение), или косвенно через параметры прочности σ_c и трещиностойкости K_{Ic} согласно (2). Соотношение (2) получено для центральной трещины из условия равенства предельных нагрузок p_* , получаемых по структурному критерию (1) и по критерию разрушения Ирвина $K_I = K_{Ic}$. Последний, однако, неприменим для узких (тонких) перемычек (перешейков).

Структурный параметр d , играющий роль фактора масштабного соответствия, позволяет подобрать оптимальный размер минимального (ослабленного) поперечного сечения таким образом, чтобы обеспечить согласование с критерием Ирвина при преобразовании выреза (выточки) в трещину. Другими словами, размер структурной ячейки d может служить теоретическим обоснованием условий автомодельности (математических соотношений для определения оптимальных размеров образцов и трещин). Такая задача ставилась неоднократно применительно к цилиндрическим образцам с кольцевой трещиной (см., например, [15–18]). Однако, в отличие от указанных работ, в данном случае задача ставится несколько шире: так как структурный критерий типа (1) применим не только к материалам с трещинами, но и к концентраторам напряжений произвольной формы (углы, отверстия, вырезы), а также “бездефектным” материалам, параметр d задает масштабное соответствие всей последовательности испытаний: гладкий образец – вырез – трещина. Следует также отметить, что в работах [15 – 18] в качестве линейного размера зоны предразрушения принималась длина полосы скольжения, т.е. характеристика, зависящая от нагрузки и применимая лишь к пластичным материалам. Структурный параметр d не зависит от нагрузки, т.е. не является функцией задачи и используется для всех материалов, для которых можно определить вязкость разрушения K_{Ic} .

С учетом изложенного попытаемся определить оптимальный диаметр перешейка $2a$ рассматриваемого круглого образца с глубокой кольцевой выточкой из серого чугуна. Величину структурного параметра d примем, согласно канонической формуле (2), равной 1,06 мм (при $K_{Ic} = 11 \text{ МПа}\sqrt{\text{м}}$). Подбираем радиус перешейка a (и соответствующую ему кривизну выточки ρ) таким образом, чтобы структурный параметр d оставался постоянным и при этом был бы выход на асимптоту (трещину) – решение Ирвина. На рис. 4 приведена зависимость нормализованной критической нагрузки от относительной кривизны выточки $\alpha = a/\rho$ при разных значениях a .

На первый взгляд из рис. 4 следует, что оптимальный радиус перешейка равен 5 мм, однако более точный расчет (при $\alpha = 500$) показывает, что наилучшее приближение достигается при $a = 7,7$ мм. В этом случае относительная разность в величине критической нагрузки, определенной по структурному критерию и критерию Ирвина, не превышает 1% (ужесточение этой разности приводит к увеличению размера минимального сечения и всего образца). Таким образом, оптимальный диаметр перешейка составляет примерно 16 мм. Именно такая ширина перемычки использовалась при испытании плоских образцов из серого чугуна [8]. С точки зрения автомодельности зоны предразрушения такой выбор представляется весьма удачным.

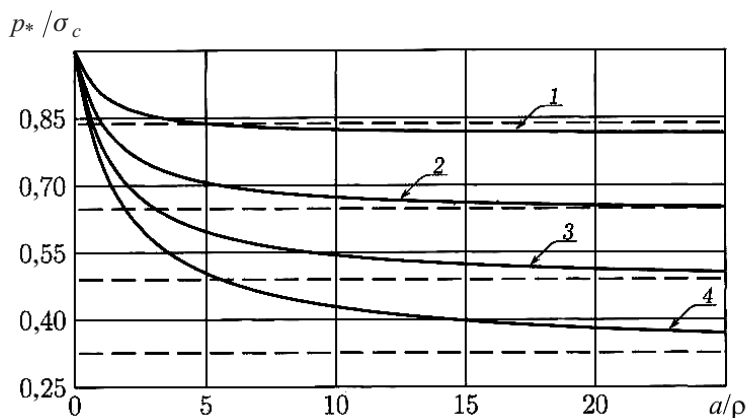


Рис. 4. Подбор оптимального радиуса перешейка: 1 – $a = 3,0$ мм; 2 – $a = 5,0$ мм; 3 – $a = 9,0$ мм; 4 – $a = 20,0$ мм. (Штриховые линии – асимптотическое (при $\rho \rightarrow 0$) решение Ирвина, соответствующее трещине (21).)

Можно с уверенностью полагать, что вязкость разрушения в этом (плоском) случае – свойство материала, а не образца. Для цилиндрических образцов размер перешейка оказывается таким же, как и для плоских образцов, что, однако, требует дополнительной экспериментальной проверки.

О структурных критериях разрушения и типе напряженного состояния.

Существует достаточно много критериев разрушения, содержащих структурный параметр типа d с размерностью длины. Однако интерпретация физической природы этого параметра разными авторами различается: он может трактоваться как микроструктурная константа (Г. Нейбер); межатомное расстояние для среды с регулярной атомной структурой (В. В. Новожилов); размер зерна для поликристаллической среды (В. В. Панасюк–А. Е. Андрейкив–С. Е. Ковчик, В. М. Корнев); параметр неоднородности структуры материала (М. Я. Леонов–К. Н. Русинко); “размер зоны процесса/разрушения/предразрушения” (К. Ando, В. L. Karihaloo, et al.) и т.п. Критерии разрушения, учитывающие структурные параметры материала, сведены в [19].

Принципиальное отличие структурного параметра в виде (2) от большинства других состоит в том, что он не связан с физической структурой конкретной среды и пригоден для любых материалов, для которых можно определить критический коэффициент интенсивности напряжений K_{Ic} . Кроме того, выражение (2) обеспечивает совпадение с классическими критериями Гриффитса и Ирвина и, по сути, не вносит никаких новых характеристик, а лишь устанавливает взаимосвязь со стандартными характеристиками прочности σ_c и K_{Ic} .

Что касается типа напряженного состояния, непосредственно связанного с толщиной плоских образцов, то, на наш взгляд, предпочтительнее измерять вязкость разрушения K_{Ic} (в частности, металлов) в условиях плоской деформации. Как показывают эксперименты, величина K_{Ic} перестает зависеть от толщины образца при последовательном увеличении последней и становится постоянной. При этом влияние пластических эффектов на поверхности образца (губы среза) становится пренебрежимо малым, а доля хрупкой составляющей в изломе достигает 100% [20].

С этой точки зрения представляет интерес цилиндрический образец, в котором реализуется локальное состояние плоской деформации вдоль всего контура трещины, а краевые пластические эффекты отсутствуют, так как контур трещины не выходит на поверхность образца. Кроме того, в расчетной модели проще учитывать влияние поверхности образца на напряженное состояние в окрестности фронта трещины. Простота в изготовлении круглых образцов также свидетельствует в пользу их

выбора в качестве стандартных для определения трещиностойкости и прочности (в случае гладкого образца).

Заключение. Структурный критерий позволяет прогнозировать критическую нагрузку, которая согласуется с таковой по классическим критериям прочности (критерий критического напряжения при отсутствии макродефектов, гладкий образец) и трещиностойкости (критерий Ирвина, образец с трещиной). В результате обеспечивается единый подход к оценке прочностных свойств материала с концентраторами напряжений различного типа (остроконечные и гладкие) и без концентраторов. Как следствие, облегчается задача поддержания условий автомодельности зоны предразрушения с целью выбора оптимальных соотношений размеров образцов и трещин. Для образцов конечных размеров потребуется проведение серий экспериментов на однотипных круглых или плоских образцах по схеме: гладкий образец – образец с вырезом (выточкой) – образец с трещиной, что будет способствовать повышению достоверности результатов по определению характеристик прочности и трещиностойкости.

Работа выполнена при поддержке РФФИ (проекты 10-08-00966а, 11-01-00491а).

Резюме

За допомогою структурного критерію руйнування оцінено граничне навантаження для пластини з боковими вирізами гіперболічної форми і для тіла обертання з кільцевою виточкою, що має таку ж форму, в умовах одновісного розтягу. Аналізуються умови узгодження структурного критерію з класичними критеріями міцності. Наведено порівняння з експериментальними даними та з результатами, що отримані за допомогою теорії макронапружень Леонова–Русинка.

1. Нейбер Г. Концентрация напряжений. – М.; Л.: Гостехиздат, 1947. – 204 с.
2. Новожилов В. В. О необходимом и достаточном критерии хрупкой прочности // Прикл. математика и механика. – 1969. – 33, вып. 2. – С. 212 – 222.
3. Морозов Н. Ф. Математические вопросы теории трещин. – М.: Наука, 1984. – 256 с.
4. Морозов Н. Ф., Петров Ю. В., Уткин А. А. К расчету предельной интенсивности импульсных динамических нагрузок в механике трещин // Изв. АН СССР. Механика твердого тела. – 1988. – № 5. – С. 180 – 182.
5. Петров Ю. В. “Квантовая” макромеханика динамического разрушения твердых тел / АН СССР. Ин-т пробл. машиноведения. – Препр. – СПб., 1996. – 51 с.
6. Петров Ю. В., Тарабан В. В. О двухкритериальных моделях разрушения хрупких материалов // Вестн. СПбГУ. – 1997. – № 2, сер. 1. – С. 78 – 81.
7. Петров Ю. В., Тарабан В. В. Двухкритериальный анализ хрупкого разрушения образцов с малыми поверхностными повреждениями // Там же. – 1999. – № 1, сер. 1. – С. 78 – 81.
8. Ярема С. Я., Ратыч Л. В. Исследование хрупкого разрушения образцов с концентраторами напряжений // Концентрация напряжений. – Киев: Наук. думка, 1965. – Вып. 1. – С. 338 – 343.
9. Морозов Н. Ф. Исследование разрушающей нагрузки для области, ослабленной вырезом в виде лунки // Докл. АН СССР. – 1980. – 253, № 6. – С. 1336 – 1338.
10. Ковчик С. Е., Морозов Е. М. Характеристики кратковременной трещиностойкости материалов и методы их определения // Механика разрушения и прочность материалов. – Киев: Наук. думка, 1988. – Т. 3. – 436 с.

11. *Леонов М. Я., Русинко К. Н.* Макронапряжения упругого тела // Прикл. механика и техн. физика. – 1963. – № 1. – С. 104 – 110.
12. *Ратыч Л. В., Баранович С. Т.* Об эффективном коэффициенте концентрации напряжений для круглых образцов с глубокой выточкой // Концентрация напряжений. – Киев: Наук. думка, 1971. – Вып. 3. – С. 125 – 129.
13. *Ратыч Л. В., Ярема С. А.* О влиянии способа нагружения на прочность образцов с концентраторами напряжений // Физ.-хим. механика материалов. – 1967. – 3, № 1. – С. 102 – 106.
14. *Ярема С. Я., Ратыч Л. В.* Влияние микронеоднородностей структуры материала на прочность полос с гиперболическими вырезами // Там же. – 1965. – 1, № 3. – С. 317 – 325.
15. *Панасюк В. В., Андрейкив А. Е.* К теории определения критического раскрытия трещин // Механика деформируемых тел и конструкций. – М.: Машиностроение, 1975. – С. 373 – 378.
16. *Панасюк В. В., Андрейкив А. Е., Ковчик С. Е. и др.* Об условиях автотрещинообразования в окрестности контура макротрещины // Физ.-хим. механика материалов. – 1977. – 13, № 5. – С. 23 – 27.
17. *Панасюк В. В., Андрейкив А. Е., Ковчик С. Е. и др.* Установление условий применимости критерия Ирвина // Методы и средства оценки трещиностойкости конструкционных материалов. – Киев: Наук. думка, 1981. – С. 5 – 11.
18. *Андрейкив А. Е.* Расчетная модель локального разрушения упругопластических тел с трещинами // Методы и средства оценки трещиностойкости конструкционных материалов. – Киев: Наук. думка, 1981. – С. 63 – 73.
19. *Панасюк В. В., Андрейкив А. Е., Ковчик С. Е.* Механика разрушения и прочность материалов. Справочное пособие: В 4 т. Т. 1: Основы механики разрушения. – Киев: Наук. думка, 1988. – 488 с.
20. *Керштейн И. М., Ключников В. Д., Ломакин Е. В., Шестериков С. А.* Основы экспериментальной механики разрушения. – М.: Изд-во Моск. ун-та, 1989. – 140 с.

Поступила 28. 12. 2010