

Решение задач малоциклового деформирования и разрушения при сложном напряженном состоянии на основе современных условий эквивалентности

В. Н. Шлянников

Исследовательский центр проблем энергетики КазНЦ РАН, Казань, Россия
shlyannikov@mail.ru

На основе критерия Писаренко–Лебедева выведены уравнения предельных деформаций разрушения при сложном напряженном состоянии для условий статического и малоциклового деформирования и дано их экспериментальное обоснование для различных вариантов двухосного нагружения. Представлены экспериментальные и расчетные данные по применению обобщенного условия эквивалентности к решению задач механики трещин при сложном напряженном состоянии. Рассмотрены модели и методы определения направления роста трещины, ее траектории, скорости и длительности развития при смешанных формах двухосного нагружения.

Ключевые слова: условия эквивалентности, предельные деформации, развитие трещин, малоцикловое двухосное нагружение, зона процесса разрушения.

Расчет несущей способности элементов конструкций на стадиях образования и развития повреждений связан с определением предельного напряженно-деформированного состояния (НДС) в зонах конструктивной концентрации напряжений. При этом предельные пластические деформации в нелинейной области концентрации трактуются как функции накопленного количества циклов нагружения в эксплуатации и вида номинального напряженного состояния. В приложении к элементам машиностроительных конструкций, подверженным в эксплуатации действию внутреннего давления, осевых растягивающих и сжимающих сил, изгибающих и крутящих моментов, в расчетах несущей способности существенным является введение функций влияния двухосности нагружения.

Традиционно при комплексном многокомпонентном статическом или циклическом нагружении для установления предельного состояния используются соответствующие условия эквивалентности или теории прочности. Пик исследований по формированию и экспериментальному обоснованию аналитических и феноменологических критериев сопротивления деформированию и разрушению при сложном напряженном состоянии относится ко второй половине 20 ст. и связан с именами С. В. Серенсена [1], В. В. Новожилова [2], Г. С. Писаренко, А. А. Лебедева [3], И. А. Биргера [4], Н. А. Махутова [5], Р. Б. Хэйвуда [6], К. Миллера [7] и др. Исчерпывающий обзор становления и развития данного направления конструкционной прочности содержится в монографии [3].

Многие положения интенсивно развивающейся в последнее время междисциплинарной отрасли знаний, известной как механика трещин и разрушения, основываются на теориях предельного состояния или условиях эквивалентности в силовой или деформационной трактовке. Одна из особеннос-

тей механики разрушения состоит в том, что трещина является самым жестким концентратором напряжений, и в области ее вершины при номинально упругом или нелинейном поведении конструкционного материала всегда имеет место многоосное или сложное напряженно-деформированное состояние даже при одноосном внешнем нагружении. Поэтому актуальной задачей является построение моделей сопротивления разрушению на основе современных условий эквивалентности при сложном напряженном состоянии. Наибольшие перспективы связывают с формулировкой так называемых дистанционных критериев разрушения, учитывающих состояние локальной области у вершины трещины. Среди направлений исследований в механике трещин особое место занимают аспекты смешанных форм деформирования и разрушения, характеризующиеся одновременным наличием форм нормального отрыва, продольного и поперечного сдвига и среза. В работах данного направления чаще всего используются условия эквивалентности при сложном напряженном состоянии. Это обусловлено тем, что дефект, развивающийся при смешанных формах разрушения, не совпадает с плоскостью исходной ориентации и имеет криволинейную траекторию, скорость развития вдоль которой определяется комплексом упругопластических свойств материала при двух- или трехосном нагружении.

Рассматривая наработку в эксплуатации или долговечность элемента конструкции как взаимосвязанные процессы образования и развития повреждений от исходных размеров до критических в работах [8, 9] показано, что развитие трещины из так называемой зоны разрушения обусловлено накопленным числом циклов нагружения ΔN и может быть описано уравнениями малоциклового усталости с использованием деформационных характеристик материала. Предполагалось, что процесс развития дефектов в большей мере зависит от общей долговечности конструкции. Авторы работ [10–14] также связывают процесс развития трещины со статическими или циклическими деформациями разрушения ϵ_f и размером пластической области в окрестности вершины трещины r_p . В связи с этим возникает необходимость определения критериальных характеристик предельных деформаций при сложном напряженном состоянии. Кроме того, деформационный критерий, основанный на таких статических или циклических деформациях, должен учитывать влияние вида напряженного состояния и быть достаточно гибким в отношении комплекса основных свойств материала.

В своем становлении и развитии механика трещин опиралась на известные и устоявшиеся модели и критерии предельного состояния. Особенно хорошо это видно из решения задач смешанных форм деформирования и разрушения. Очевидно, что прогнозировать скорость и длительность роста дефектов нельзя без знания направления и траектории развития трещины. Поэтому вполне закономерным было появление первого критерия направления роста трещин Эрдогана–Си [15], основанного на теории максимальных нормальных напряжений, или первой теории прочности. В последующем были предложены критерии направления роста трещин в деформационной и силовой трактовке, в основу которых положены различные условия предельного состояния. Наиболее полный обзор по данному предмету представлен ранее [16]. Большое количество известных из литературных источ-

ников критериев направления роста трещин свидетельствует о том, что у специалистов до настоящего времени нет определенного мнения по этому вопросу ввиду отсутствия обоснования использования обобщенного условия эквивалентности при статическом и циклическом нелинейном деформировании.

Одним из важных практических приложений механики трещин является возможность прогнозирования длительности роста дефектов от исходных размеров до критических или расчет остаточного ресурса элемента конструкции на основе комплексных моделей, основанных на теоретических представлениях и экспериментальных данных. Именно в подобных моделях в явной и опосредованной форме в качестве необходимых составляющих используются условия эквивалентности, позволяющие определить предельные пластические деформации, направление, траекторию и скорость развития трещин при сложном напряженном состоянии. Анализ приведенных в литературных источниках данных показывает, что в одной и той же модели могут использоваться различные условия эквивалентности, приводящие к противоречивым требованиям поведения материала. Поэтому применяться должны такие условия эквивалентности, которые описывают поведение широкого круга конструкционных материалов при минимальном наборе экспериментально определяемых констант.

В настоящей работе кратко описывается полученная ранее [12, 13] модель скорости роста трещин и долговечности при смешанных формах двухосного нагружения. Основное внимание уделяется обоснованию и порядку применения условия эквивалентности к определению предельных упруго-пластических деформаций, направления и траектории развития трещины в модели циклического разрушения при сложном напряженном состоянии.

Теорией предельного состояния, наиболее полно удовлетворяющей вышеизложенным требованиям, является известный критерий Писаренко–Лебедева [3]

$$\sigma_{eq} = \sigma_1(1 - \chi) + \chi\sigma_e, \quad (1)$$

в котором экспериментальная константа $\chi = \sigma_t / \sigma_c$ определяется как отношение прочности при растяжении к прочности при сжатию. Здесь σ_1 – максимальное главное напряжение; σ_e – эквивалентное напряжение, или интенсивность напряжений. Кроме того, коэффициенты, входящие в уравнение (1), являются функциями напряженного состояния:

$$\sigma_e = \sigma_1 \eta_i, \quad \varepsilon_e = \varepsilon_1 b_i, \quad \eta = \sigma_2 / \sigma_1. \quad (2)$$

Для условий плоской деформации (ПД) согласно основным уравнениям теории упругости и пластичности зависимости между коэффициентами двухосности напряжений η и деформаций ξ имеют вид

$$\begin{aligned} \eta_i &= \sqrt{1 - \eta + \eta^2 + \nu(\nu - 1)(1 + \eta)^2}; & b_i &= \frac{2}{3} \sqrt{1 - \xi + \xi^2}; \\ \xi &= \frac{\varepsilon_2}{\varepsilon_1}; & \sigma_3 &= \nu(\sigma_1 + \sigma_2); & \xi &= \frac{\eta(1 - \nu^2) - \nu(1 + \nu)}{(1 - \nu^2) - \eta\nu(1 + \nu)}. \end{aligned} \quad (3)$$

При плоском напряженном состоянии (ПНС) вводится дополнительное соотношение для третьей компоненты нормальных деформаций ζ :

$$\eta_i = \sqrt{1 - \eta + \eta^2}; \quad b_i = \frac{2}{3} \sqrt{1 - \xi(1 + \zeta) + \xi^2 - \zeta + \zeta^2}; \quad (4)$$

$$\xi = \frac{\varepsilon_2}{\varepsilon_1} = \frac{\eta - \nu}{1 - \eta\nu}; \quad \zeta = \frac{\varepsilon_3}{\varepsilon_1} = -\frac{\nu(\eta + 1)}{1 - \eta\nu}. \quad (5)$$

В соотношениях (3), (5): ν – коэффициент Пуассона.

На рис. 1 приведены расчетные зависимости, полученные по уравнениям (2)–(5), между соотношениями главных напряжений η и главных деформаций ξ для двух частных видов напряженного состояния (ПД и ПНС).

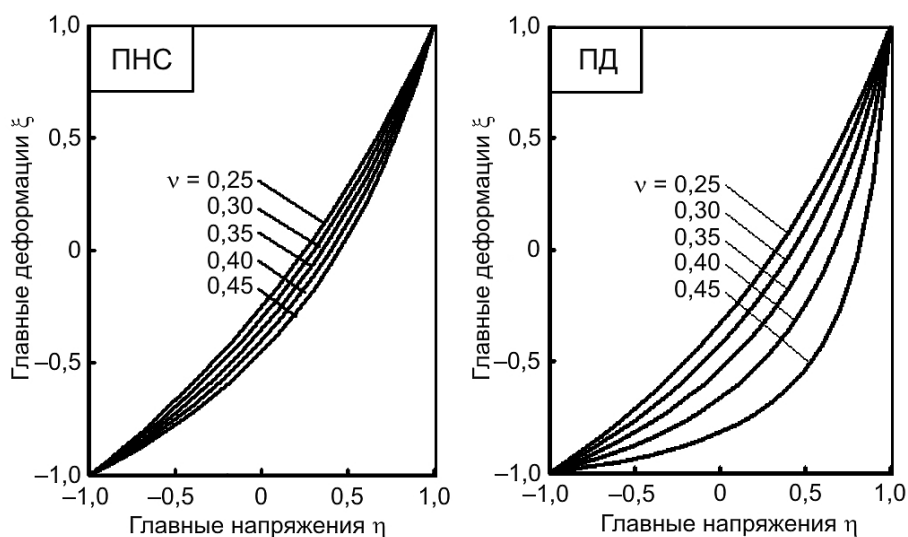


Рис. 1. Зависимость между главными напряжениями и деформациями.

Видно, что вариации коэффициента двухосности деформаций ξ существеннее при плоской деформации. Необходимо отметить, что критерий (1) является обобщенной теорией прочности, включающей другие теории как частные случаи для различных классов конструкционных материалов. Так, для хрупких материалов при $\chi = 0$ и $\sigma_{eq} = \sigma_1$ получим максимальные нормальные напряжения, определенные по первой теории прочности, тогда как для пластичных материалов при $\chi = 1$ и $\sigma_{eq} = \sigma_e$ – по условию Мизеса.

Для решения поставленных задач в первую очередь следует оценить возможность применения критерия (1) при циклическом деформировании и разрушении. В этом плане весьма убедительным обоснованием являются экспериментальные результаты [17], представленные на рис. 2 в виде диаграмм предельных напряжений для кривых равных долговечностей при статическом и малоцикловом нагружении. Подобные результаты сравнительного анализа, свидетельствующие в пользу применения критерия (1) в силовой трактовке, получены в [17] для широкого класса конструкционных материалов.

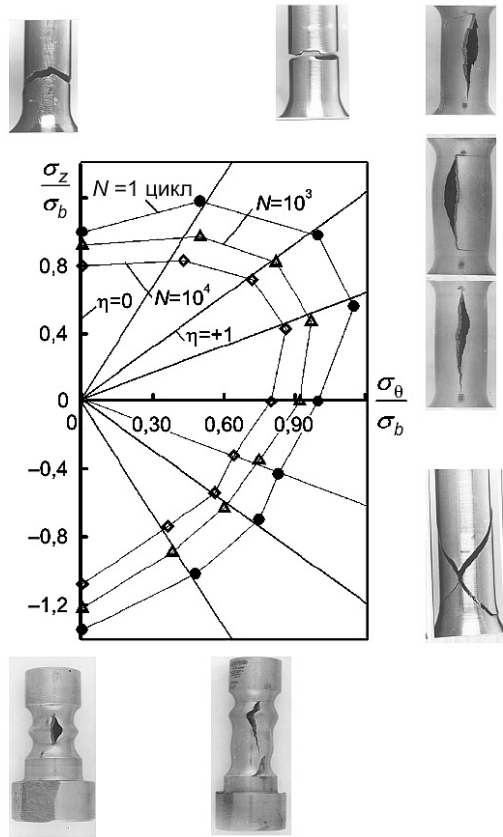


Рис. 2. Диаграммы статических и циклических предельных напряжений: точки – экспериментальные данные, линии – расчет по уравнению (1) с экспериментально найденной константой $\chi = 0,76$.

Известно, что в области вершины трещины даже при внешнем номинально упругом нагружении возникает зона пластических деформаций. Развивая возможности приложений критерия (1) к условиям циклического нагружения, необходимо представить его в определяющих терминах упругопластического деформирования при малоциклового усталости.

Чтобы придать критерию (1) деформационную трактовку, определим упругую и пластическую составляющие полной деформации аналогично работам [18, 19]. Будем исходить из предположения, что разрушающим деформациям соответствуют предельные напряжения, найденные из условия эквивалентности (1).

Полагаем, что при циклическом нагружении упругая составляющая размаха эквивалентной деформации связана с размахом эквивалентного напряжения законом Гука

$$\Delta \varepsilon_{eq}^e = \Delta \sigma_{eq} / E, \quad (6)$$

а главные деформации определяются соотношениями для плоского напряженного состояния

$$\Delta \varepsilon_1^e = (\Delta \sigma_1 / E)(1 - \nu \eta) \quad (7)$$

и плоской деформации

$$\Delta \varepsilon_1^e = (\Delta \sigma_1 / E)[1 + \nu \eta - \nu^2(1 + \eta)]. \quad (8)$$

В случае малоциклового нагружения для взаимосвязи амплитуды интенсивности пластической деформации $\Delta \varepsilon_p$ с размахом интенсивности напряжений $\Delta \sigma$ при установившемся цикле используют известное условие

$$\Delta \sigma_p = K \Delta \varepsilon_p^{1/m(k)}, \quad (9)$$

где $m(k)$ – циклический показатель деформационного упрочнения.

С учетом формул (2)–(5) взаимосвязь между главными напряжениями и главными пластическими деформациями описывается соотношением

$$\Delta \sigma_1 = \frac{b_i^{1/m(k)}}{\eta_i} K (\Delta \varepsilon_1^p)^{1/m(k)}. \quad (10)$$

С помощью условия эквивалентности (1), учитывая уравнение (9), размах максимальной главной пластической деформации при произвольном двухосном нагружении можно выразить через пластические деформации при одноосном растяжении $\Delta \varepsilon_0^p$ следующим образом:

$$\Delta \varepsilon_1^p = \frac{\Delta \varepsilon_0^p}{b_i} \left(\frac{\eta_i}{1 - \chi + \chi \eta_i} \right)^{m(k)}. \quad (11)$$

В частном случае при $k=1$, т.е. при монотонном статическом деформировании, уравнение (11) преобразуется к виду

$$\varepsilon_1^f = \frac{\varepsilon_0^f}{b_i} \left(\frac{\eta_i}{1 - \chi + \chi \eta_i} \right)^n, \quad (11a)$$

где ε_0^f – разрушающая деформация при одноосном растяжении; n – показатель деформационного упрочнения в уравнении вида $\sigma_e = K \varepsilon_e^{1/n}$.

Прежде чем перейти к формулировке условия малоциклового деформирования и разрушения, дадим параметрическую оценку по влиянию входящих в уравнение (11a) основных упругопластических свойств материала при статическом нагружении. На рис. 3 представлено изменение предельных деформаций по уравнению (11a) на Γ -плоскости в координатах главных деформаций (нормированных величиной предельной деформации при одноосном растяжении ε_0^p) в диапазоне отношений двухосности от равнодвухосного растяжения $\xi=1$ до чистого сдвига или кручения $\xi=-1$, рассчитанных по уравнению (11a). Характер предельных деформаций при сложном

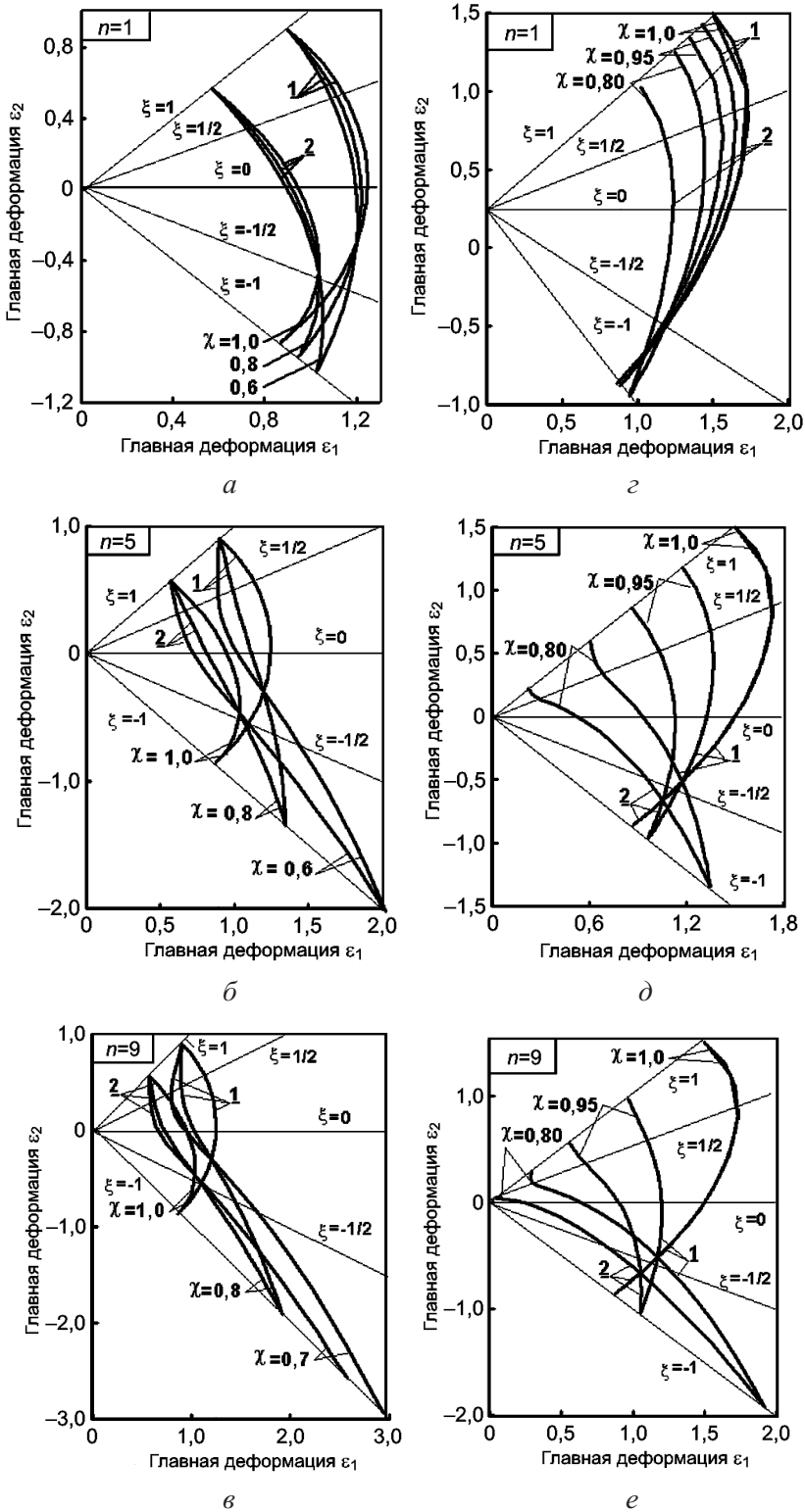


Рис. 3. Предельные деформации разрушения при статическом двухосном нагружении: 1 – $\nu = 0,25$; 2 – $\nu = 0,35$. (а-в – плоское напряженное состояние, г-е – плоская деформация.)

напряженном состоянии соответствует комплексу упругопластических свойств материала, определяемых коэффициентом Пуассона ν , показателем деформационного упрочнения n и отношением прочности при растяжении к прочности при сжатии. Заметим, что критерий (11а) в частном случае ($\chi = 1,0$) совпадает с условием Мизеса для пластичных материалов. Обращает на себя внимание кратное по отношению к одноосному растяжению изменение предельных деформаций в зависимости от соотношения двухосности ξ при монотонном статическом нагружении.

Распространим критерий предельного состояния (11) на условия малоциклового упругопластического деформирования. Напомним, что полная циклическая деформация при произвольном двухосном нагружении допускает аддитивную декомпозицию на упругую и пластическую составляющие, которые, в свою очередь, допускают интерпретацию в форме уравнений типа Мэнсона–Коффина:

$$\Delta\varepsilon = \Delta\varepsilon^e + \Delta\varepsilon^p = C_e N_f^{-q} + C_p N_f^{-p}, \quad (12)$$

где C_e, C_p, q, p – экспериментально определяемые константы; N_f – усталостная долговечность (число циклов до разрушения).

Выражая деформации произвольного вида через предельные деформации при одноосном растяжении (7), (8) и (11), получаем следующие условия для определения предельных циклических деформаций при двухосном нагружении для ПНС:

$$\Delta\varepsilon_1 = C_e \left(\frac{1 - \nu\eta}{1 - \chi + \chi\eta_i} \right) N_f^{-k} + \frac{C_p}{b_i} \left(\frac{\eta_i}{1 - \chi + \chi\eta_i} \right)^{m(k)} N_f^{1/m} \quad (13)$$

и ПД:

$$\Delta\varepsilon_1 = C_e \left(\frac{1 + \nu\eta - \nu^2(1 + \eta)}{1 - \chi + \chi\eta_i} \right) N_f^{-k} + \frac{C_p}{b_i} \left(\frac{\eta_i}{1 - \chi + \chi\eta_i} \right)^{m(k)} N_f^{1/m}. \quad (14)$$

На рис. 4 приведено сравнение расчетных данных по (13) с экспериментальными [20] по малоцикловой выносливости при сложном напряженном состоянии для стали при следующих значениях экспериментальных констант: $C_e = 0,1023$; $C_p = 0,5546$; $q = -0,1539$; $p = -0,513$; $\chi = 0,77$. Видно, что условие эквивалентности (1), входящее в критерий малоциклового долговечности, позволяет достаточно хорошо описать изменение предельных деформаций при двухосном нагружении. Отметим, что экспериментальные результаты [20] получены на цилиндрических полых тонкостенных образцах.

Следующим основным аспектом приложения условий эквивалентности в рамках моделей прогнозирования остаточного ресурса элементов конструкций с повреждениями является определение направления развития трещины при смешанных формах двухосного нагружения. Напомним, что все компоненты тензора напряжений в области вершины трещины являются непрерывными функциями полярных координат r и θ , что обуславливает необходимость поиска экстремума условия эквивалентности по полярной угловой

координате θ . Ранее [16] показано, что большинство известных из литературных источников критериев направления роста трещин основано на условиях эквивалентности в упругой формулировке. Описание свойств конструкционных материалов только двумя упругими константами существенно ограничивает возможности применения подобных критериев. Обоснованием этого утверждения могут служить экспериментальные результаты [21], полученные на восьми алюминиевых сплавах с одинаковыми упругими свойствами, но разными пластическими характеристиками.

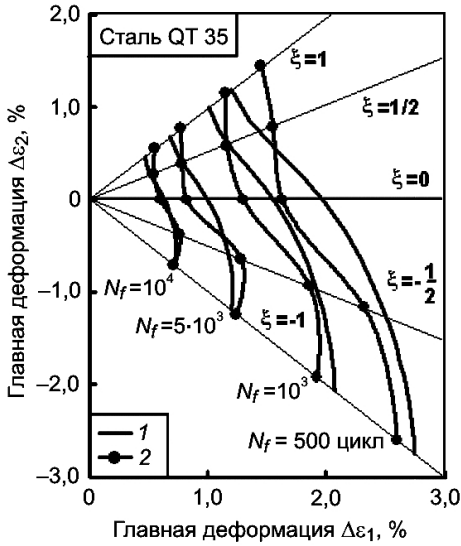


Рис. 4

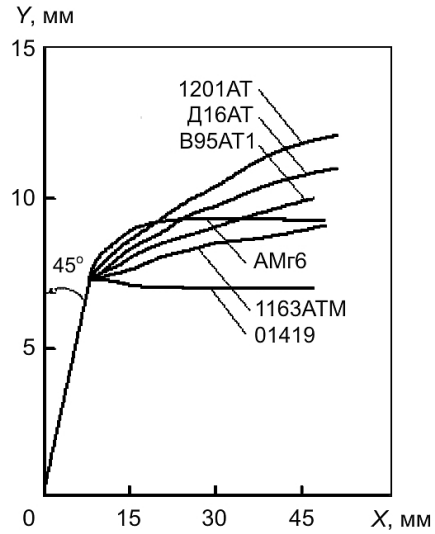


Рис. 5

Рис. 4. Сопоставление расчетных данных по уравнению (13) – 1 с экспериментальными [20] – 2 для предельных циклических деформаций.

Рис. 5. Влияние механических свойств алюминиевых сплавов на траектории развития трещин.

На рис. 5 представлены траектории развития трещин при двухосном растяжении с соотношением номинальных напряжений $\eta = 0,5$ при значении исходного угла ориентации трещины $\beta = 45^\circ$. Видно, что траектории развития трещин при одних и тех же условиях нагружения и одинаковых упругих характеристиках различаются более чем в два раза, что обусловлено проявлением пластических свойств материалов одного класса. Таким образом, при формулировке критерия направления роста трещины необходимо учитывать комплекс характеристик сопротивления материала упругопластическому деформированию и разрушению. Подобную возможность предоставляет условие эквивалентности (1). Первые предложения по использованию обобщенного критерия предельного состояния для определения направления роста трещины при сложном напряженном состоянии высказаны в работе [22].

Напомним, что критерии роста трещины при смешанных формах разрушения основаны на достижении экстремальных значений тех или иных параметров в направлении предполагаемого развития дефекта. Поэтому непосредственное применение условия эквивалентности (1) проблематично ввиду противоположных требований экстремумов для первой теории прочности и

интенсивности напряжений. Так, согласно этой теории трещина должна развиваться по нормали к максимальным нормальным напряжениям, тогда как условие Мизеса предполагает рост дефекта в направлении минимума интенсивности напряжений. Для устранения этой математической трудности предложено [23] феноменологическое условие, основанное на вкладе каждого из ведущих механизмов разрушения, который регулируется константой χ . В соответствии со структурой критерия (1) в качестве границ диапазона изменения направления роста трещины для конструкционных материалов используются условия минимума интенсивности напряжений $\theta_1^*(\sigma_{e\min})$ и максимума нормальных напряжений $\theta_2^*(\sigma_{\theta\max})$:

$$\left. \frac{\partial \sigma_e}{\partial \theta} \right|_{\theta=\theta_1^*} = 0, \quad \left. \frac{\partial^2 \sigma_e}{\partial \theta^2} \right|_{\theta=\theta_1^*} > 0; \quad (15)$$

$$\left. \frac{\partial \sigma_\theta}{\partial \theta} \right|_{\theta=\theta_2^*} = 0, \quad \left. \frac{\partial^2 \sigma_\theta}{\partial \theta^2} \right|_{\theta=\theta_2^*} < 0. \quad (16)$$

Линейная комбинация отдельно найденных значений $\theta_1^*(\sigma_{e\min})$ и $\theta_2^*(\sigma_{\theta\max})$ приводит к феноменологическому критерию направления роста трещины вида [23, 24]

$$\chi \theta_1^*(\sigma_e) + (1 - \chi) \theta_2^*(\sigma_{\theta\max}) = \theta^*. \quad (17)$$

Любой из локальных критериев механики разрушения, сформулированный в терминах напряжений или деформаций, является дистанционным критерием ввиду зависимости компонент НДС от полярных координат r и θ , центрированных относительно вершины трещины. При маломасштабной текучести компоненты напряжений в уравнении (17) при удержании первого члена разложения описываются известной моделью Хатчинсона–Райса–Розенгрена (ХРР):

$$\begin{aligned} \sigma_\theta &= \sigma_0 K_M^p r^{-1/(n+1)} \tilde{\sigma}_\theta; \\ \sigma_e &= \sigma_0 K_M^p r^{-1/(n+1)} \tilde{\sigma}_e. \end{aligned} \quad (18)$$

Безразмерные функции напряжений $\tilde{\sigma}_\theta$ и $\tilde{\sigma}_e$ зависят от полярного угла θ , параметра смешанности M_p и показателя деформационного упрочнения n . Входящий в уравнение (18) упругопластический коэффициент интенсивности напряжений (КИН) для плоской задачи определяется через соответствующие КИН нормального отрыва K_1 и поперечного сдвига K_2 [25]:

$$K_M^p = \left[\kappa \frac{K_1^2 + K_2^2}{\alpha \sigma_0^2 I_n(M_p)} \right]^{1/n+1}, \quad (19)$$

где $\kappa = 1$ для ПНС, $\kappa = (1 - \nu^2)$ для ПД; в (18), (19): σ_0 – предел текучести; α и n – константы упрочнения в модели Рамберга–Осгуда. Численные значения интеграла $I_n(M_p, n)$ и безразмерных функций напряжений $\bar{\sigma}_\theta$ и $\bar{\sigma}_e$ для полного диапазона n и смешанных форм разрушения M_p представлены в работе [26]. Таким образом, чтобы воспользоваться условием (17) и определить направление развития трещины θ^* при сложном напряженном состоянии, необходимо на некотором характеристическом расстоянии от вершины трещины r_c найти экстремумы по полярной координате θ угловых распределений окружных $\sigma_\theta(r_c, \theta)$ и эквивалентных $\sigma_e(r_c, \theta)$ напряжений. В большинстве современных моделей разрушения это характеристическое расстояние трактуется как размер зоны процесса разрушения, или размер зоны повреждений, охватывающей вершину трещины.

Ранее [12–14] для условий статического и циклического нагружения предложена концепция зоны процесса разрушения, согласно которой реализация ведущего микромеханизма разрушения – эстафетного (хрупкого) или встречного (вязкого) – зависит от соотношения размеров зоны процесса разрушения и пластической области фронта трещины. Размер зоны процесса разрушения предлагается рассчитывать по уравнению

$$\bar{\delta}_c = \frac{r_c}{a} = \left\{ \frac{\bar{S}_2 \pm [\bar{S}_2^2 - 4(\bar{W}_c^* - \bar{S}_3)(\bar{S}_1 + \bar{S}_p)]}{2(\bar{W}_c^* - \bar{S}_3)} \right\}^2, \quad (20)$$

где \bar{W}_c^* – параметр, определяемый при статическом нагружении через основные константы диаграммы деформирования материала:

$$\bar{W}_c^* = \left(\frac{\sigma_0}{\sigma_n} \right)^2 \left[\frac{1}{2} \bar{\sigma}_f^2 + \frac{\alpha n}{n+1} \bar{\sigma}_f^{n+1} \right], \quad (21)$$

при малоцикловом нагружении – через характеристики петли упругопластического гистерезиса:

$$(\bar{W})_c^* = 4\sigma_f^* \varepsilon_f^* (2N_f)^{-m}. \quad (22)$$

В формулах (21), (22): a – длина трещины; σ_n – номинальное напряжение; σ_f – локальное разрушающее напряжение при статическом нагружении; \bar{S}_i ($i=1, 2, 3$), \bar{S}_p – упругие и пластические коэффициенты, зависящие от условий двухосного нагружения и формы трещины [26]; σ_f^* , ε_f^* – параметры кривой малоциклового выносливости; m – показатель циклического деформационного упрочнения; N_f – число циклов до разрушения. В частности, ε_f^* определяется предложенными на основе условия эквивалентности (1) уравнениями (13), (14). Последовательная подстановка уравнений (20)–(22) в распределения напряжений (18) и нахождение экстремумов этих функций позволяют определить направление развития трещины по критерию

типа Писаренко–Лебедева (1) с учетом упругопластических свойств материала, включающих отношение пределов прочности при растяжении и сжатии χ , предел текучести σ_0 , истинное сопротивление отрыву σ_f , предельные деформации разрушения при сложном напряженном состоянии ε_f^* , показатель деформационного упрочнения n .

На рис. 6 представлено сравнение результатов расчета по уравнению (17) с экспериментальными данными по определению направления роста трещин при смешанных формах деформирования в образцах различной геометрии. Данные на рис. 6,а получены на компактных образцах с односторонним надрезом при одноосном нагружении, тогда как результаты на рис. 6,б относятся к испытаниям образцов с центральной трещиной при двухосном растяжении с соотношением номинальных напряжений $\eta = 0,5$. Наблюдается достаточно хорошее соответствие между теоретическими и экспериментальными данными для двух классов материалов – стали 30ХГСА и алюминиевого сплава 1163АТМ.

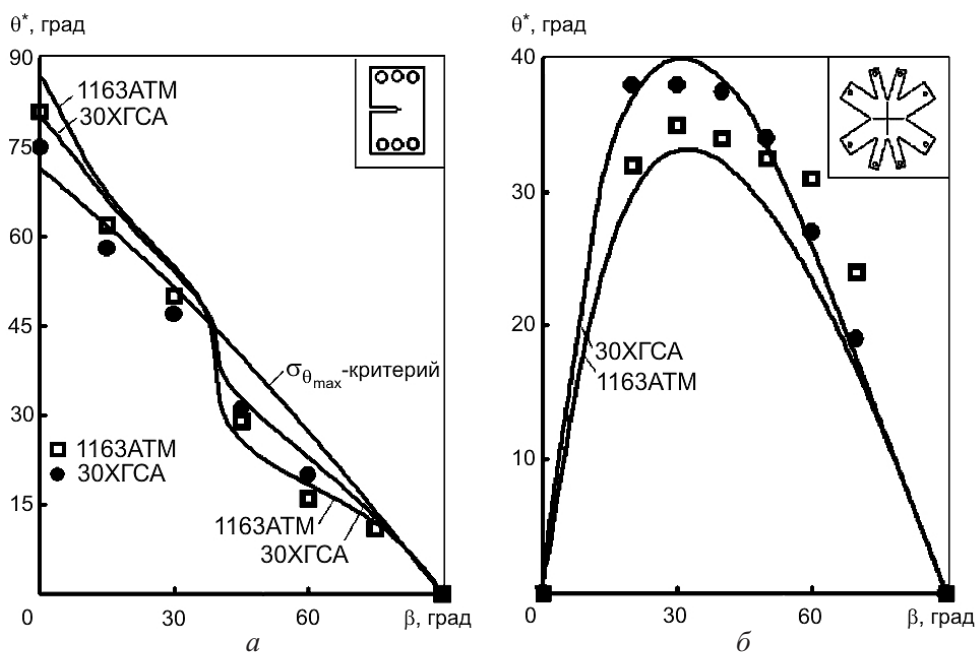


Рис. 6. Расчетные по уравнению (17) – точки и экспериментальные – линии данные по определению направления роста трещины. (β – угол исходной ориентации трещины.)

Более детальное обоснование применения критерия (17) для материалов одного класса с одинаковыми упругими свойствами, но различными характеристиками сопротивления нелинейному деформированию и разрушению приведено на рис. 7. Экспериментальные и рассчитанные по уравнению (17) данные по определению направления роста трещины при смешанных формах разрушения относятся к одно- и двухосному нагружению образцов из восьми алюминиевых сплавов, основные механические характеристики которых представлены в таблице на рис. 7. Видно существенное влияние комплекса механических свойств материалов и очевидное ограничение применения кри-

териев роста трещин, учитывающих только упругие константы материала. В этом отношении феноменологическое условие (17) обладает большей гибкостью и возможностями адекватного и необходимого учета влияния более широкого набора основных механических характеристик материала.

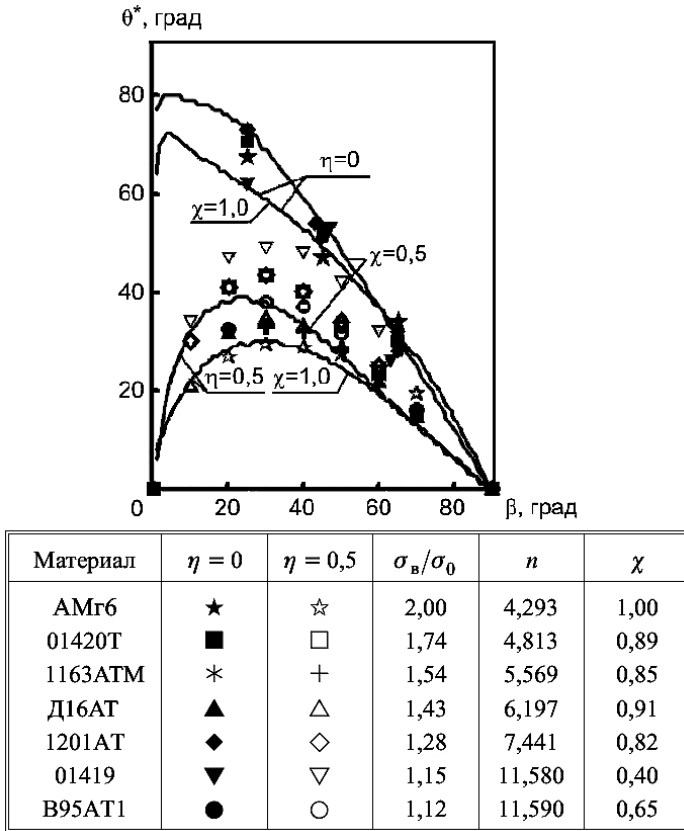


Рис. 7. Оценка влияния механических свойств алюминиевых сплавов на направление роста трещины.

Важной составляющей частью интерпретации экспериментальных данных и прогнозирования остаточной долговечности является описание траекторий развития трещин при смешанных формах двухосного нагружения. Ранее [14] предложено уравнение для расчета траектории развития трещины шаговым методом, объединяющее в общую расчетную модель определенные выше направление роста трещины по условию (17) и приращение ее длины в этом направлении по уравнению (20):

$$\begin{cases} a_i = [a_i^2 + r_{ci}^2 - 2a_{i-1}r_{ci} \cos(\pi - \theta_{i-1}^*)]^{1/2}; \\ \beta_i = \beta_{i-1} \arcsin \frac{r_{ci} \sin(\pi - \theta_{i-1}^*)}{a_i}, \end{cases} \quad (23)$$

где пара значений текущей длины трещины a_i и угла ориентации β_i координируют положение вершины трещины на траектории ее развития.

Построение траектории трещины в соответствии с шаговым методом осуществляется путем определения направления ее развития θ_{i-1}^* , вдоль которого откладывается приращение длины трещины r_{ci} при статическом или циклическом разрушении.

На рис. 8 представлены расчетные и экспериментальные траектории развития трещин при смешанных формах циклического разрушения компактных образцов из стали 30ХГСА при одноосном нагружении и плоских образцов из алюминиевого сплава АМг6 при двухосном растяжении. Следует отметить хорошее их согласование, основу которого составляют достаточно полный учет основных упругопластических свойств материала по критерию направления роста трещины (17) и размер зоны процесса разрушения (20).

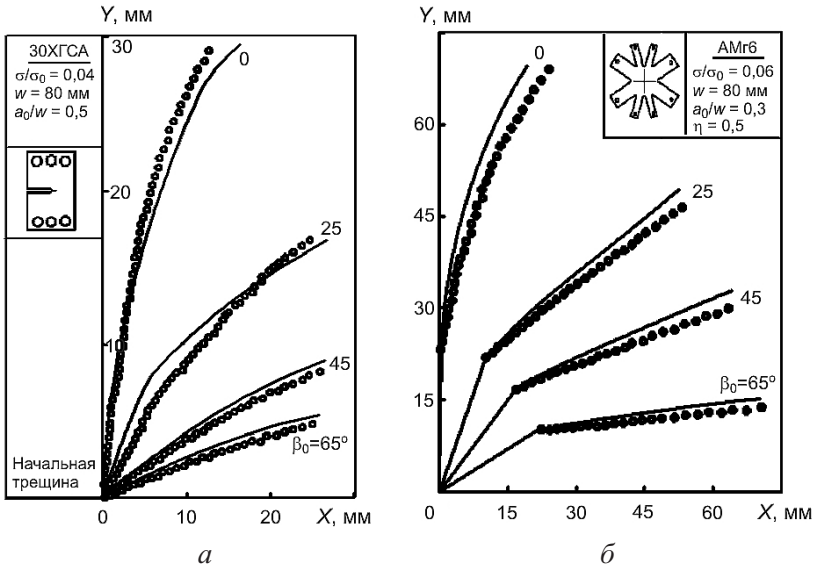


Рис. 8. Расчетные и экспериментальные траектории роста трещин при смешанных формах разрушения.

Завершающей стадией прогнозирования роста трещин при смешанных формах деформирования является построение моделей скорости роста трещин и остаточной долговечности. Эти модели должны объединять в требуемой последовательности все предыдущие этапы расчета роста трещины, включая определение предельных циклических деформаций при сложном напряженном состоянии, направление и траекторию развития дефекта. Ранее [13] показано, что применение уравнения (20) совместно с (22) приводит к следующему выражению для определения размера зоны процесса разрушения, или приращения длины трещины в элементарном акте циклического разрушения:

$$\bar{\delta} = \frac{\sigma_n^2 \bar{K}_f}{4E\sigma_f^* \varepsilon_f^* (2N_f)^{-m}}, \tag{24}$$

где $\bar{K}_f = \bar{S}_1 + \bar{S}_p + \bar{S}_2 \sqrt{\bar{\delta}} + \bar{S}_3 \bar{\delta}$; E – модуль упругости.

Разрешая уравнение (24) относительно абсолютного приращения длины трещины $\Delta a = r_c$, отнесенного к соответствующему приращению числа циклов нагружения ΔN , получаем следующее уравнение [13]:

$$\frac{da}{dN} = 2\bar{\delta}a \left(\frac{\sigma_n^2 \bar{K}_f^2 - \sigma_{th}^2 \Delta \bar{K}_{th}^2}{4\sigma_f^* \varepsilon_f^* E \bar{\delta}} \right)^{1/m}, \quad (25)$$

где $\bar{\delta} = r_c/a$; $\Delta \bar{K}_{th}$ – пороговое значение коэффициента интенсивности напряжений; параметр m может быть выражен через циклический показатель деформационного упрочнения $m = (1 + n^*) / (5 + n^*)$.

Напомним, что в полученной модели роста трещины критические деформации разрушения ε_f^* являются функциями типа двухосного нагружения η и описываются уравнениями (13), (14), а размер зоны процесса разрушения определяется с учетом направления развития трещины в соответствии с формулой (17). Уравнение (25) можно разрешить и численно проинтегрировать относительно долговечности N_f и тем самым определить остаточную долговечность на стадии роста трещины от исходных до критических размеров:

$$N_{fi} = \sum_{j=1}^i \left\{ r_{cj} / \left[2\bar{\delta}_j a_j \left(\frac{\sigma_n^2 \bar{K}_f^2 - \sigma_{th}^2 \Delta \bar{K}_{th}^2}{4\sigma_f^* \varepsilon_f^* E \bar{\delta}_j} \right) \right] \right\}. \quad (26)$$

На рис. 9 приведены результаты численного расчета по модели (26) и экспериментальные данные о развитии трещин при смешанных формах двухосного циклического нагружения. Диаграмму скорости роста трещины в зависимости от эквивалентного коэффициента интенсивности напряжений иллюстрирует рис. 9,а, кривую остаточной долговечности для алюминиевого сплава Д16Т с исходной ориентацией трещины $\beta_0 = 43^\circ$ при двухосном растяжении с $\eta = 0,5$ – рис. 9,б. Более детальное обоснование применения расчетных моделей (25), (26) в полном диапазоне смешанных форм разрушения для плоской задачи представлено в работе [27], в которой в качестве объектов исследования использовали шесть типов сталей и одиннадцать типов алюминиевых сплавов.

Анализ полученных результатов показывает, что относительно простая формулировка условия эквивалентности (1) содержит в себе достаточно глубокое содержание, которое раскрывается в процессе тщательного моделирования и интерпретации экспериментальных данных о развитии трещин в наиболее сложных условиях смешанных форм нелинейного циклического деформирования и разрушения. Успешному применению критерия способствуют его обобщенный характер, базирующийся на анализе доминирующих механизмов разрушения, и достаточно полный набор определяющих механических констант конструкционного материала.

Заметим, что цель работы состояла не в составлении обзора по исследованиям разрушения при сложном напряженном состоянии, а в представлении способов решения разнообразных задач малоциклового деформирования

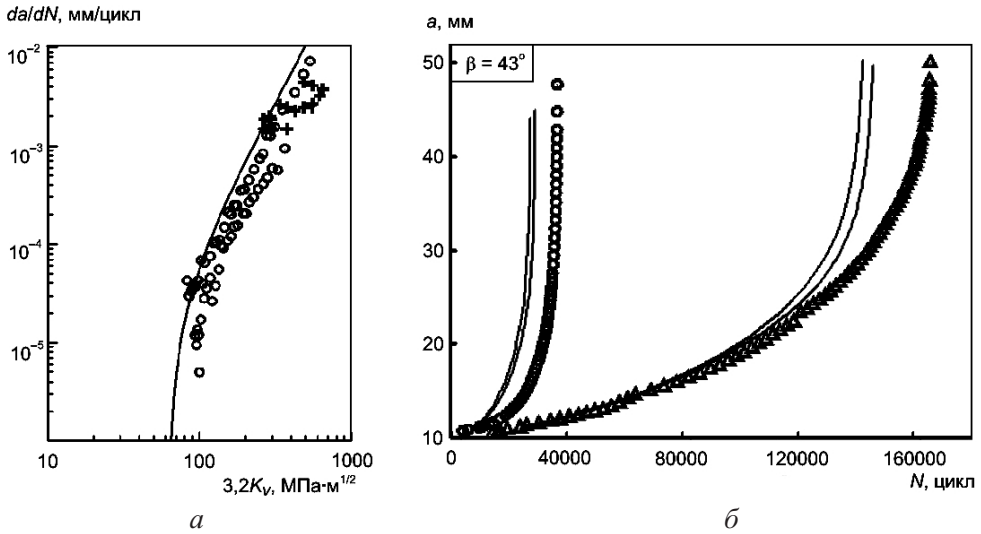


Рис. 9. Расчетные по уравнениям (25) – а и (26) – б (линии) и экспериментальные (точки) диаграммы скорости роста трещин и долговечности сплава Д16АТ.

и разрушения благодаря расширению возможностей использования достаточно популярного в расчетной практике и экспериментальных исследованиях условия эквивалентности типа (1). К подобным способам относится непосредственное применение условия эквивалентности Писаренко–Лебедева в силовой трактовке и различные формы его преобразования в определяющие критерии и параметры нелинейного сопротивления деформированию и разрушению при сложном напряженном состоянии.

Представленная работа выполнена при финансовой поддержке Федерального агентства по науке и инновациям Российской Федерации по государственному контракту № 16.740.11.0432.

Резюме

На основі критерію Писаренка–Лебедева виведено рівняння граничних деформацій руйнування при складному напруженому стані для умов статичного і малоциклового деформування і наведено їх експериментальне обґрунтування для різних варіантів двовісного навантаження. Представлено експериментальні і розрахункові дані щодо використання узагальненої умови еквівалентності для розв'язання задач механіки тріщин при складному напруженому стані. Розглянуто моделі і методи визначення напрямку росту тріщини, її траєкторії, швидкості і тривалості розвитку при змішаних формах двовісного навантаження.

1. Серенсен С. В. Об условиях прочности при переменных нагрузках для плоского и объемного напряженного состояния // Инж. сб. – 1941. – 1, вып. 1. – С. 3 – 12.
2. Новожилов В. В. О необходимом и достаточном критерии хрупкой прочности // Прикл. математика и механика. – 1969. – 33, № 2. – С. 212 – 222.

3. Писаренко Г. С., Лебедев А. А. Деформирование и прочность материалов при сложном напряженном состоянии. – Киев: Наук. думка, 1976. – 415 с.
4. Биргер И. А. Об одном критерии разрушения и пластичности // Изв. АН СССР. Механика твердого тела. – 1977. – № 4. – С. 143 – 150.
5. Махутов Н. А. Деформационные критерии разрушения и расчет элементов конструкций на прочность. – М.: Машиностроение, 1981. – 272 с.
6. Хэйвуд Р. Б. Проектирование с учетом усталости. – М.: Машиностроение, 1969. – 504 с.
7. Miller K. J. Fatigue under complex stress // Metal Sci. – 1977. – **11**, No. 8-9. – P. 432 – 438.
8. Antolovich S. D., Saxena A., and Chanani C. R. A model for fatigue crack propagation // Eng. Fract. Mech. – 1975. – **7**. – P. 649 – 652.
9. Ellin F. Crack growth rate under cyclic loading and effect of singularity fields // Ibid. – 1986. – **25**. – P. 463 – 473.
10. Kujawski D. and Ellin F. On the size of plastic zone ahead of crack tip // Ibid. – P. 229 – 236.
11. Liu Y. Y. and Lin F. S. A mathematical equation relating low cycle fatigue data to fatigue crack propagation // Int. J. Fatigue. – 1984. – **6**. – P. 31 – 36.
12. Шлянников В. Н. Плотность энергии деформации и зона процесса разрушения. Сообщ. 1. Теоретические предпосылки // Пробл. прочности. – 1995. – № 10. – С. 3 – 17.
13. Шлянников В. Н. Плотность энергии деформации и зона процесса разрушения. Сообщ. 2. Экспериментальное обоснование // Там же. – № 11-12. – С. 3 – 21.
14. Shlyannikov V. N. Modelling of crack growth by fracture damage zone // Theor. Appl. Fract. Mech. – 1996. – **25**. – P. 187 – 201.
15. Erdogan F. and Sih G. C. On the crack extension in plates under plane loading and transverse shear // J. Basic Eng. – 1963. – **85**. – P. 519 – 527.
16. Шлянников В. Н. Смешанные методы развития трещин при сложном напряженном состоянии. Обзор // Завод. лаб. – 1990. – **56**, № 6. – С. 77 – 90.
17. Шканов И. Н., Брауде Н. З., Муратаев Ф. И. Исследование циклической прочности и анализ закономерностей разрушения при мягком двухосном нагружении // Технология производства и прочность деталей летательных аппаратов и двигателей. – Казань, 1980. – С. 49 – 56.
18. Шканов И. Н., Шлянников В. Н., Брауде Н. З. Об одном подходе к критериальному анализу предельных деформаций при сложном напряженном состоянии // Авиац. техника. – 1980. – № 4. – С. 98 – 101.
19. Брауде Н. З., Шканов И. Н. Условия разрушения материалов при двухосном малоцикловоом нагружении // Там же. – 1984. – № 3. – С. 23 – 27.
20. Brown M. W. and Miller K. J. Two decades of progress in the assessment of multiaxial low-cycle fatigue life / C. Amzallag, B. N. Leis, and P. Rabbe (Eds.) // Low-Cycle Fatigue and Life Prediction. – ASTM STP 770. – 1979. – P. 482 – 499.

21. Шлянников В. Н. Траектории развития криволинейных трещин в алюминиевых сплавах при двухосном циклическом нагружении // Пробл. прочности. – 1991. – № 6. – С. 42 – 47.
22. Шлянников В. Н., Иваньшин Н. А. Коэффициенты интенсивности напряжений для трещин сложной формы при двухосном нагружении произвольного направления // Авиац. техника. – 1983. – № 4. – С. 72 – 79.
23. Shlyannikov V. N. and Braude N. Z. A model for predicting crack growth rate for mixed mode fracture under biaxial loads // Fatigue Fract. Eng. Mater. Struct. – 1992. – **15**. – P. 825 – 844.
24. Долгоруков В. А., Шлянников В. Н. Феноменологическое моделирование особенностей инициирования наклонных трещин // Журн. прикл. механики и техн. физики. – 1993. – № 5. – С. 43 – 48.
25. Shih C. F. Small-scale yielding analysis of mixed plane strain crack problem // Fracture Analysis. – ASTM STP 560. – 1974. – P. 187 – 210.
26. Shlyannikov V. N. Elastic-Plastic Mixed-Mode Fracture Criteria and Parameters. – Berlin: Springer-Verlag, 2003. – 246 p.
27. Shlyannikov V. N. Mixed mode static and fatigue crack growth in central notched and compact tension specimens / K. J. Miller and D. L. McDowell (Eds.) // Mixed-Mode Crack Behavior. – ASTM STP 1359. – 1999. – P. 279 – 294.

Поступила 23. 12. 2011