

Численное исследование трехмерной динамики и прочности многослойных спирально ортотропных цилиндров

В. А. Ромащенко, О. С. Бейнер

Институт проблем прочности им. Г. С. Писаренко НАН Украины, Киев, Украина

На основе разложений переменных в ряды Фурье по угловой координате с последующим применением двухмерного алгоритма Уилкинса разработан численно-аналитический метод исследования трехмерной неосесимметричной динамики и прочности многослойных толстостенных упругих спирально ортотропных цилиндров конечной длины с использованием критериев разрушения ортотропного материала Ашкенази либо Цая–Ву. Численно исследовано влияние смещения заряда взрывчатого вещества относительно центра симметрии на напряженно-деформированное состояние и прочность одно- и двухслойной оболочки.

Ключевые слова: спиральная ортотропия, трехмерная динамика, многослойный толстостенный цилиндр, прочность, критерии Ашкенази и Цая–Ву.

Композитные материалы (КМ) широко применяются в современной технике, в частности в конструкциях, подверженных нестационарным нагрузкам. К таким конструкциям относятся сосуды, корпуса и защитные сооружения, предназначенные для удержания в своей полости значительных гидроразличия газодинамических нагрузок [1, 2] и др. Технология создания и структура КМ по сравнению с традиционными изотропными конструкционными материалами обуславливают их существенные количественные и качественные различия в реакции как на статическую, так и динамическую нагрузку. В науке и технике широко используются многослойные оболочки вращения, изготовленные из композитных слоев, армированных по спирали под определенным углом α к образующей. Такие оболочки локально ортотропны, однако их главные оси анизотропии x' , φ' , r не совпадают с осями глобальной цилиндрической системы координат x , φ , r , а повернуты вокруг оси r на угол армирования. Хорошо известно [1–4], что при исследовании напряженно-деформированного состояния (НДС) и оценке прочности необходимо учитывать эффекты, обусловленные несовпадением главных направлений упругости с направлением координатных линий.

В основном исследования НДС подобных конструкций проводились в осесимметричной постановке [3, 4], при этом прочность не рассматривалась. В случае неосесимметричной нестационарной нагрузки, конечной длины цилиндрического конструктивного элемента, локальности нагружения задача исследования зависит от трех пространственных координат x , φ , r и времени t . Для численного интегрирования таких четырехмерных краевых задач, как правило, привлекают современные коммерческие пакеты, базирующиеся на использовании трехмерного (3D) динамического метода конечных элементов (МКЭ).

Однако, когда задача линейна и зависимость НДС от угла φ обусловлена только неосесимметричностью нагружения, для тел вращения и упругих деформаций можно использовать более рациональный путь решения без

привлечения 3D-элементов. Ранее [5] показано, что хорошо зарекомендовал себе численно-аналитический метод, основанный на разложении переменных в ряды Фурье по φ , в результате чего исходная нестационарная трехмерная краевая задача сводится к набору двумерных. Этот метод успешно применялся для исследования динамического трехмерного НДС многослойных изотропных и цилиндрически ортотропных цилиндров [5], затем он был модифицирован на случай неосесимметричного динамического нагружения толстостенных многослойных спирально ортотропных цилиндров конечной длины [6].

Цель данной работы – модифицировать разработанный и оттестированный [6] пакет прикладных программ (ППП) для оценки прочности рассматриваемого цилиндрического элемента конструкции на всем расчетном временном интервале и провести ряд расчетов, иллюстрирующих влияние неосесимметричности импульсного нагружения на расчетную прочность цилиндра. В качестве критериев прочности использовали известные современные критерии разрушения ортотропного материала Ашкенази [2] или Цая–Ву [7–10].

Математическая постановка краевой задачи и численно-аналитический метод ее решения, основанный на разложении переменных в тригонометрические ряды Фурье по угловой координате φ с последующим применением двумерного линейаризованного интегро-интерполяционного алгоритма Уилкинса [11] к полученному набору независимых двумерных задач, изложены в [6]. Заметим, что в [6] цилиндр полагали неподвижно закрепленным на торцах. Как известно [12], при таких краевых условиях в окрестности торцевых угловых точек возникают сингулярности деформаций и напряжений, т.е. условие прочности в них на достаточно густых конечноразностных сетках заведомо будет нарушено. Поэтому в настоящей работе на торцах цилиндра ставились кинематические краевые условия на плоскости симметрии:

$$u_x = \frac{\partial u_r}{\partial x} = \frac{\partial u_\varphi}{\partial x} = 0, \quad x = \frac{\pm L}{2}, \quad (1)$$

которые также являются условиями плоской деформации на торцах, а для изотропных либо цилиндрически ортотропных цилиндров – и условиями скользящего закрепления без трения. Здесь u_x , u_φ , u_r – компоненты вектора перемещений в цилиндрической системе координат (x, φ, r) , начало которой, как и в [6], всегда располагается в центре симметрии цилиндрической оболочки; L – длина цилиндра.

Как и в [6], нагружение производится сферическим зарядом тротилгексогенового взрывчатого вещества (ВВ), и согласно [4, 6, 13] давление на внутренней поверхности цилиндра имеет вид

$$P(x, \varphi, t) = P_0 \frac{H(R_1 a_0^{-1} \sqrt{1 + \lambda^2 + \eta^2 - 2\lambda \cos \varphi - t})}{\sqrt{(1 + \lambda^2 + \eta^2 - 2\lambda \cos \varphi)^3}}, \quad (2)$$

где λ – относительное радиальное смещение заряда, $\lambda = r_0/R_1$; $\eta = (x - x_0)/R_1$; $a_0 = 6310$ м/с; P_0 – номинальное давление на расстоянии R_1 от центра заряда; R_1 – внутренний радиус цилиндра; x_0 и r_0 – осевая и радиальная коор-

динаты центра заряда соответственно. При расчетах полагали $P_0 = 34$ МПа, что соответствует массе заряда ВВ, равной 0,02 кг, и внутреннему радиусу $R_1 = 0,1$ м.

Прочность толстостенного цилиндра в процессе изменения его динамического трехмерного НДС оценивается с помощью современных критериев разрушения Ашкенази [2] либо Цая–Ву [7–10]. Критерий Ашкенази в главных осях анизотропии x', φ', r для общего случая трехосного НДС имеет вид [2]

$$\Phi \leq 1; \tag{3}$$

$$\Phi = \frac{a\sigma_{x'}^2 + b\sigma_{\varphi'}^2 + c\sigma_r^2 + d\tau_{x'\varphi'}^2 + e\tau_{\varphi'r}^2 + f\tau_{rx'}^2 + g\sigma_{x'}\sigma_{\varphi'} + h\sigma_{\varphi'}\sigma_r + m\sigma_r\sigma_{x'}}{\sqrt{\sigma_{x'}^2 + \sigma_{\varphi'}^2 + \sigma_r^2 + \tau_{x'\varphi'}^2 + \tau_{\varphi'r}^2 + \tau_{rx'}^2 + \sigma_{x'}\sigma_{\varphi'} + \sigma_{\varphi'}\sigma_r + \sigma_r\sigma_{x'}}},$$

где

$$a = \frac{1}{\sigma_{\text{ВХ}'}}; \quad b = \frac{1}{\sigma_{\text{В}\varphi}'}}; \quad c = \frac{1}{\sigma_{\text{Вr}}}; \quad d = \frac{1}{\tau_{\text{ВХ}'\varphi'}}; \quad e = \frac{1}{\tau_{\text{В}\varphi'r}}; \quad f = \frac{1}{\tau_{\text{ВrХ}'}};$$

$$g = \frac{4}{\sigma_{\text{ВХ}'\varphi'}^{45}} - a - b - d; \quad h = \frac{4}{\sigma_{\text{В}\varphi'r}^{45}} - b - c - e; \quad m = \frac{4}{\sigma_{\text{ВrХ}' }^{45}} - c - a - f;$$

$\sigma_{\text{ВХ}'}, \sigma_{\text{В}\varphi'}, \sigma_{\text{Вr}}$ – пределы прочности при растяжении или сжатии в соответствующих направлениях; $\tau_{\text{ВХ}'\varphi'}, \tau_{\text{В}\varphi'r}, \tau_{\text{ВrХ}'}$ – пределы прочности при чистом сдвиге в соответствующих плоскостях; $\sigma_{\text{ВХ}'\varphi'}^{45}, \sigma_{\text{В}\varphi'r}^{45}, \sigma_{\text{ВrХ}' }^{45}$ – пределы прочности в диагональном направлении под углом 45° к осям симметрии в плоскости, которая соответствует нижним индексам.

Как видно из формул (3), критерий Ашкенази предполагает равнопрочность КМ при растяжении и сжатии, что для реальных материалов выполняется достаточно редко. Поэтому в последнее время при прочностных расчетах чаще используют критерий Цая–Ву [8–10], который лишен данного недостатка и в главных осях анизотропии материала имеет вид

$$F \leq 1; \tag{4}$$

$$F = \sigma_{x'} \left(\frac{1}{\sigma_{\text{ВХ}'^+}} - \frac{1}{\sigma_{\text{ВХ}'^-}} \right) + \sigma_{\varphi'} \left(\frac{1}{\sigma_{\text{В}\varphi}'^+} - \frac{1}{\sigma_{\text{В}\varphi}'^-} \right) + \sigma_r \left(\frac{1}{\sigma_{\text{Вr}}^+} - \frac{1}{\sigma_{\text{Вr}}^-} \right) +$$

$$+ \frac{\sigma_{x'}^2}{\sigma_{\text{ВХ}'^+}\sigma_{\text{ВХ}'^-}} + \frac{\sigma_{\varphi'}^2}{\sigma_{\text{В}\varphi}'^+\sigma_{\text{В}\varphi}'^-} + \frac{\sigma_r^2}{\sigma_{\text{Вr}}^+\sigma_{\text{Вr}}^-} + \frac{\tau_{x'\varphi'}^2}{\tau_{\text{ВХ}'\varphi'}^2} + \frac{\tau_{\varphi'r}^2}{\tau_{\text{В}\varphi'r}^2} + \frac{\tau_{rx'}^2}{\tau_{\text{ВrХ}' }^2} -$$

$$- \frac{\sigma_{x'}\sigma_{\varphi'}}{\sqrt{\sigma_{\text{ВХ}'^+}\sigma_{\text{ВХ}'^-}\sigma_{\text{В}\varphi}'^+\sigma_{\text{В}\varphi}'^-}} - \frac{\sigma_{\varphi'}\sigma_r}{\sqrt{\sigma_{\text{В}\varphi}'^+\sigma_{\text{В}\varphi}'^-}\sigma_{\text{Вr}}^+\sigma_{\text{Вr}}^-}} - \frac{\sigma_r\sigma_{x'}}{\sqrt{\sigma_{\text{Вr}}^+\sigma_{\text{Вr}}^-}\sigma_{\text{ВХ}'^+}\sigma_{\text{ВХ}'^-}}},$$

где индексы “+” и “-” относятся к соответствующим пределам прочности при растяжении и сжатии соответственно.

Функции Φ из (3) или F из (4), в зависимости от используемого критерия прочности, определяют область, на границе которой НДС критическое: если условие $\Phi < 1$ (или $F < 1$) выполняется, разрушения не происходит, если нарушается – имеет место разрушение, и прочность не соблюдается. Поскольку критерии (3) и (4) записываются в системе координат, совпадающей с главными осями анизотропии, а НДС вычисляется в глобальной цилиндрической системе координат, при вычислении напряжений, входящих в эти критерии, необходимо совершить поворот тензора напряжений на соответствующий угол армирования α по известным соотношениям [14]. Процедуру проверки прочности необходимо проводить в каждой конечноразностной ячейке расчетной области, на каждом временном шаге. При этом также необходимо варьировать угловую координату φ с достаточно мелким шагом (не более 20°). Таким образом, если условие $\Phi < 1$ (или $F < 1$) выполняется во всей расчетной области и на всем рассматриваемом временном интервале, можно считать, что конструкция прочная. Если нарушается хотя бы в одной точке и в какой-то один момент времени, прочность не соблюдается.

Предельная поверхность Цая–Ву (4) является классической поверхностью второго порядка и всюду выпуклой в шестимерном пространстве напряжений. Различная прочность КМ при растяжении и сжатии обусловлена смещением центра поверхности (4) относительно начала координат. Предельная поверхность Ашкенази (3) всегда центрально симметрична, при этом она является частным случаем поверхности четвертого порядка, может иметь знакопеременную кривизну и состоять из выпуклых и вогнутых участков, абсолютно гладко сопрягающихся друг с другом [2].

Необходимо отметить, что нагрузка в виде функции (2) – разрывна во времени и пространстве. Поэтому при ее разложении в ряд Фурье по углу φ неизбежен паразитический эффект Гиббса [6, 15], заключающийся в появлении ложных всплесков функции в окрестности точек разрывов. Для устранения этого недостатка применяется несколько путей:

1) как и любой приближенный численный метод, алгоритм Уилкинса [4–6, 11] обладает индивидуальной схемной вязкостью, связанной с аппроксимацией производных конечными разностями;

2) для обеспечения устойчивости вычислительного процесса и сглаживания крутых, в первую очередь именно разрывных, волновых фронтов используется искусственная вязкость в виде линейной и квадратичной [6, 11];

3) проверка прочности проводится не на непрерывном интервале, а на дискретном наборе угловых координат φ_i с шагом $\varphi_{i+1} - \varphi_i \approx 20^\circ$, при этом на вычислительный процесс расчета собственно НДС она не влияет;

4) эффект Гиббса в первую очередь связан с высшими гармониками и проявляется при суммировании весьма большого количества членов ряда Фурье [15], в рассматриваемых ниже задачах количество гармоник не превышает 11, включая нулевую;

5) если, несмотря на вышеперечисленное в п. 1)–4), эффект Гиббса в какой-то мере проявится, полученная ошибка пойдет в запас прочности.

Рассматривали одно- и двухслойные цилиндры (внутренний радиус $R_1 = 0,1$ м, толщина $H = 0,02$ м, длина $L = 0,4$ м), выполненные из графитоэпоксида Т300/976, с такими физико-механическими и прочностными характеристиками [10]: $E_x = 156000$ МПа; $E_\varphi = E_r = 9090$ МПа; $G_{\varphi x} = G_{rx} = 6960$ МПа; $G_{\varphi r} = 3240$ МПа; $\nu_{x\varphi} = 0,228$; $\nu_{\varphi r} = 0,4$; $\nu_{rx} = 0,013$; плотность материала $\rho = 1540$ кг/м³; $\sigma_{\text{вх}}^+ = 1520$ МПа; $\sigma_{\text{вх}}^- = 1590$ МПа; $\sigma_{\text{вр}}^+ = \sigma_{\text{вр}}^- = 45$ МПа; $\sigma_{\text{вр}}^- = \sigma_{\text{вр}}^+ = 252$ МПа; $\tau_{\text{вр}\varphi} = \tau_{\text{вр}r} = \tau_{\text{вр}x} = 105$ МПа (E_i, G_{ij}, ν_{ij} ($i, j = x, \varphi, r$; $i \neq j$) – технические характеристики упругости ортотропного материала в главных осях анизотропии при угле армирования $\alpha = 0$, т.е. в случае цилиндрически ортотропного тела, когда главные оси анизотропии совпадают с глобальными цилиндрическими осями координат [14]: E_i – модули упругости; G_{ij} – модули сдвига; ν_{ij} – коэффициенты Пуассона в соответствующих направлениях и плоскостях). Прочностные характеристики также приведены для нулевого угла армирования. При этом должны выполняться равенства [14]:

$$E_i \nu_{ji} = E_j \nu_{ij}, \quad i \neq j, \quad (5)$$

и для реальных материалов определитель матрицы податливости больше нуля и ее можно обратить в матрицу жесткости.

В однослойном цилиндре угол армирования α полагали равным 45° . В случае двухслойной оболочки слои имеют одинаковую толщину $H/2$, при этом угол армирования внутреннего слоя составляет $(+45^\circ)$, наружного – (-45°) . Поскольку данный материал обладает различными пределами прочности при растяжении и сжатии, прочность цилиндра оценивали с использованием критерия разрушения Цая–Ву (4).

Количество рассчитываемых гармоник зависит от места расположения заряда ВВ. Если заряд располагается на продольной оси симметрии цилиндра (на оси x , при этом в (2) имеем $\lambda = 0$), задача становится осесимметричной и достаточно рассмотреть только нулевую гармонику, поскольку гармоники более высокого порядка тождественно равны нулю. Если заряд ВВ имеет радиальное смещение относительно центра оболочки ($0 < \lambda < 1$), то, как и в [6], для адекватного описания неосесимметричного НДС и, как следствие, прочности необходимо рассчитывать 11 гармоник, включая нулевую. Проводили также двумерные динамические расчеты в полярных координатах r, φ для бесконечно длинных цилиндров в условиях неосесимметричной плоской деформации, при этом в (2) полагали $\eta = 0$. Если при этом также выполняется условие $\lambda = 0$ (заряд ВВ не смещен вдоль радиуса), двумерная нестационарная краевая задача вырождается в одномерную.

В табл. 1 приведены максимальные значения функции прочности F по критерию Цая–Ву (4), возникающие в конструктивном одно- и двухслойном цилиндрическом элементе при краевых условиях на торцах (1) за расчетное время $T_p = 2 \cdot 10^{-4}$ с, в зависимости от осевого смещения x_0 заряда ВВ. За время T_p цилиндр от действия импульсной нагрузки (2) успевает достаточно возбудиться и совершить несколько полных периодов радиальных и прочих колебаний. Радиальное смещение заряда отсутствует ($\lambda = 0$).

Т а б л и ц а 1

Влияние осевого смещения заряда ВВ на расчетную прочность цилиндров

$2x_0/L$	F_{\max}	
	Однослойный	Двухслойный
0	0,725	0,596
0,2	0,725	0,596
0,4	0,727	0,594
0,6	0,733	0,648
0,8	0,731	0,650
1,0	0,683	0,583

Из данных табл. 1 видно, что прочность конструктивных элементов обеспечивается при любом осевом смещении заряда. В этом случае величина x_0 слабо влияет на прочность цилиндрической оболочки: значение F_{\max} изменяется в пределах $0,708 \pm 0,025$ для однослойного и $0,6165 \pm 0,0335$ для двухслойного цилиндров при изменении x_0 от нуля до $L/2$. Поэтому во всех расчетах заряд ВВ располагали в плоскости центрального поперечного сечения цилиндра $x = 0$, т.е. без осевого смещения ($x_0 = 0$). Кроме того, замена однослойного цилиндрического пакета ортогонально-симметрично армированным ($\alpha_{1,2} = \pm 45^\circ$) двухслойным аналогичной толщины и из того же КМ приводит к увеличению запаса прочности от 11,1 до 18,3% в зависимости от места расположения заряда ВВ.

Исследовали также влияние радиального смещения заряда ВВ, характеризующегося безразмерным параметром $\lambda = r_0/R_1$, на динамическую прочность аналогичных цилиндров при том же расчетном временном интервале ($2 \cdot 10^{-4}$ с) – табл. 2.

Сравнение данных табл. 1 и 2 показывает, что радиальное смещение заряда ВВ существенно влияет на прочность оболочки, чем осевое. С увеличением λ запас прочности понижается. Если при $\lambda = 0$ он составляет $\sim 30\%$ для однослойного и $\sim 40\%$ для двухслойного цилиндров, то при $\lambda = 0,08$ критерий прочности для оболочек нарушается.

Для прочностных расчетов цилиндров из рассматриваемого КМ (графитоэпоксид Т300/976) с использованием критерия разрушения Цая–Ву при нагрузке типа (2) можно применять как первое приближение двухмерный подход. Согласно данным табл. 2, результаты соответствующих 2D- и 3D-расчетов минимальной прочности по критерию Цая–Ву довольно близки между собой. При этом в большинстве случаев 3D-расчет более консервативен, но не всегда (см. случаи $\lambda = 0,1$ для однослойного и $\lambda = 0$ для двухслойного цилиндров). Максимальное расхождение в значениях F_{\max} по 2D- и 3D-расчетам не превышает 8,3%. К сожалению, вышеизложенные выводы без дополнительной проверки нельзя обобщать на другие импульсные нагрузки, отличающиеся от (2), материалы и критерии прочности. Ниже будет показано, что, несмотря на близость результатов по F_{\max} , различие в НДС цилиндров, рассчитанном 2D- и 3D-методами, существенное.

Значительное влияние на динамическую прочность оболочек оказывают 3D-эффекты, несимметричность нагружения и НДС. Увеличение λ от 0

Т а б л и ц а 2

Влияние радиального смещения заряда ВВ на расчетную прочность цилиндров

λ	F_{\max}	
	Однослойный	Двухслойный
0	<u>0,725</u>	<u>0,596</u>
	0,665	0,618
0,02	<u>0,766</u>	<u>0,726</u>
	0,738	0,709
0,04	<u>0,870</u>	<u>0,832</u>
	0,856	0,817
0,06	<u>0,973</u>	<u>0,930</u>
	0,937	0,919
0,08	<u>1,054</u>	<u>1,012</u>
	1,008	0,985
0,10	<u>1,139</u>	<u>1,100</u>
	1,149	1,065

Примечание. Над чертой приведены величины F_{\max} , полученные на основании трехмерных (3D) динамических численных расчетов, под чертой – путем двухмерных (2D) расчетов для бесконечно длинных цилиндров в условиях неосесимметричной плоской деформации.

до 0,08 приводит, согласно формуле (2), к повышению максимального значения давления на внутренней поверхности всего на 28,4%, при этом на 8% уменьшается время его действия. Тем не менее, как видно из данных табл. 2, даже более чем 40% запаса прочности для двухслойного цилиндра при $\lambda = 0$ оказывается недостаточно, чтобы обеспечить прочность при радиальном смещении заряда $\lambda = 0,08$.

Во всех вышерассмотренных случаях максимум функции прочности F_{\max} достигается на временном интервале 15...30 мкс, т.е. на первой четверти периода радиальных колебаний цилиндра. Наиболее опасной в основном оказывается окрестность зоны ($x = x_0$, $\varphi = 0$), которая минимально удалена от центра заряда ВВ (см. формулу (2)). Для двухслойных цилиндров в некоторых случаях опасной становится торцевая зона ($x = \pm L/2$), минимально удаленная от заряда. Явно выраженных эффектов типа “раскачки” [4, 16], связанных с возбуждением изгибных форм колебаний оболочки типа “бочка–седло”, приводящих к биениям и проявляющихся при более поздних временах расчета (порядка 5–10 и более периодов радиальных колебаний), не наблюдается. Это обусловлено тем, что такая раскачка обычно характерна для динамики оболочек со свободными торцами [4, 16]. В данном случае на торцах используются кинематические краевые условия (1), которые позволяют повысить жесткость оболочки по сравнению с таковой оболочки со свободными торцами и существенно препятствуют возбуждению изгибных свободных колебаний, инициирующих раскачку. Необходимо отметить, что при $\lambda > 0$, т.е. неосесимметричном нагружении, имеют место колебательные эффекты типа биений, визуально похожие на раскачку, однако их физическая природа не связана с изгибными формами колебаний. Эти эффекты обуслов-

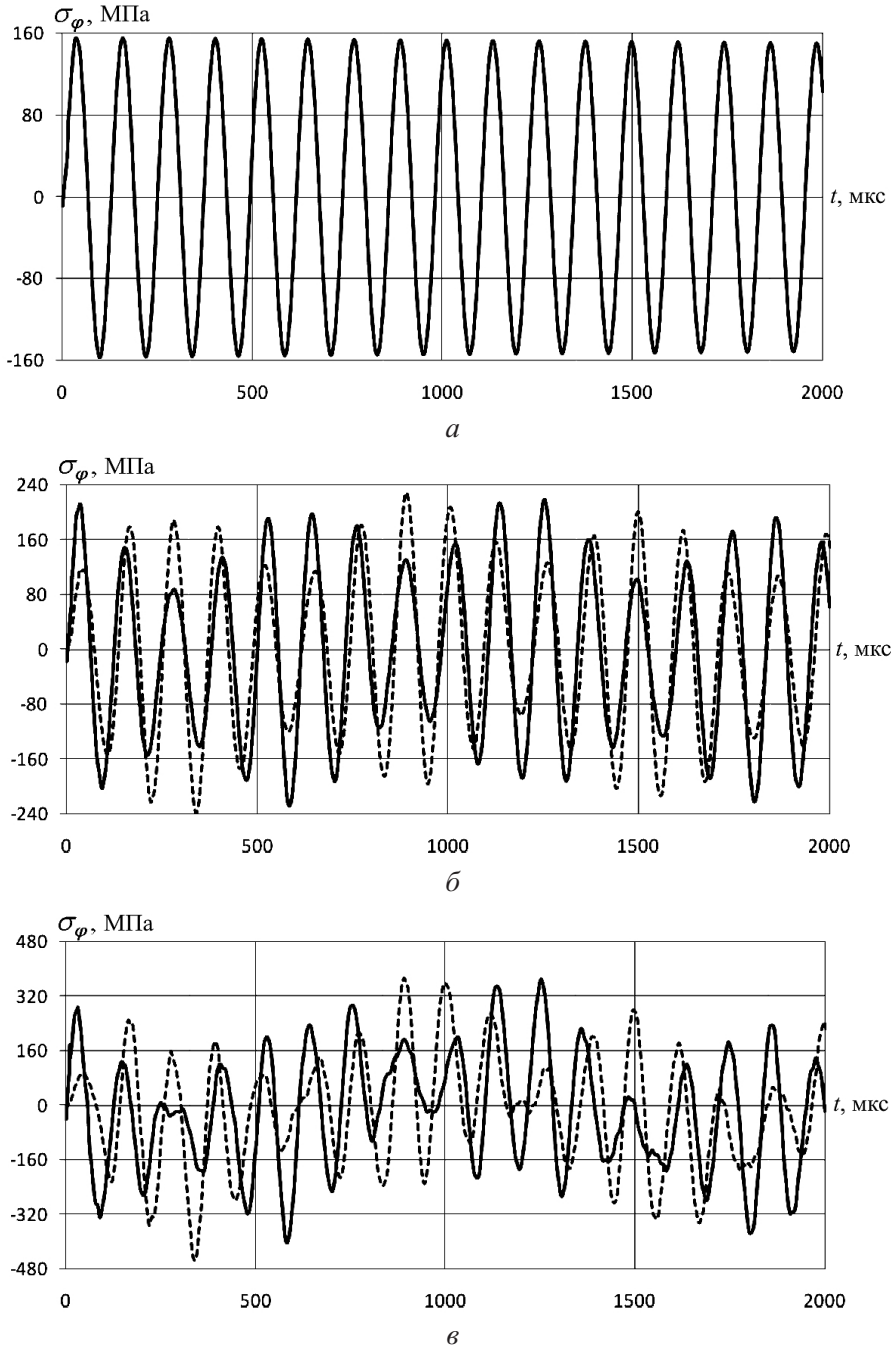


Рис. 1. Изменение σ_φ во времени для различных значений λ на внутренней поверхности однослойного цилиндра: а - $\lambda = 0$; б - $\lambda = 0,2$; в - $\lambda = 0,4$. (Сплошные линии - $\varphi = 0$, штриховые - $\varphi = \pi$.)

лены возбуждением волновых процессов вдоль окружной координаты, при $\lambda = 0$ они отсутствуют и усиливаются с ростом λ , наибольшее их проявление имеет место в случае 2D-расчетов, когда никаких изгибных форм колебаний не может быть по определению.

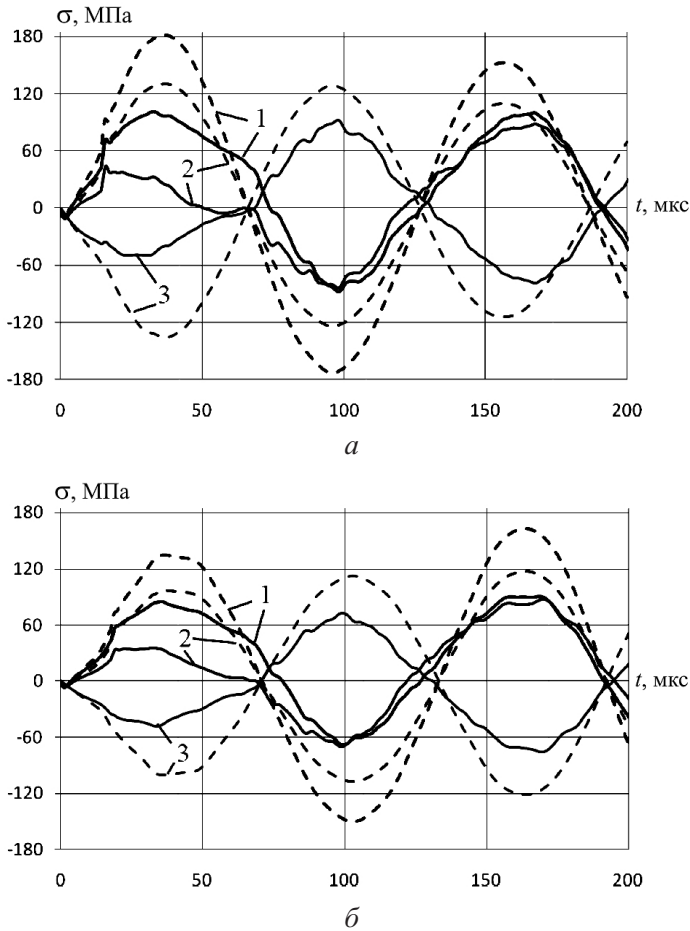


Рис. 2. Напряжения в различных точках однослойного цилиндра. (Здесь и на рис. 3: $a - x = 0$, $r = R_1$, $\varphi = 0$; $b - x = 0$, $r = R_1$, $\varphi = \pi$; 1 - σ_φ ; 2 - σ_x ; 3 - $\tau_{x\varphi}$; сплошные линии - 3D-расчет, штриховые - 2D-расчет.)

На рис. 1 приведены результаты 2D-расчетов НДС однослойного цилиндра на внутренней поверхности. Видно, что биения колебаний в противоположных относительно угловой координаты точках оболочки происходят в противофазе и растут вместе с λ . Аналогичная картина наблюдается для двухслойного цилиндра. Поэтому при прочностных расчетах оболочек, находящихся под действием существенно неосесимметричного импульсного давления, необходимо для надежности получаемых результатов просчитывать более длительный временной интервал - не менее 10 полных периодов радиальных колебаний цилиндра.

Выше отмечалось, что, несмотря на близость результатов по минимальному запасу прочности (F_{\max}), НДС оболочек согласно 2D- и 3D-методам существенно разное. Это иллюстрируют рис. 2 и 3, на которых для случая расположения заряда $x_0 = 0$, $\lambda = 0,1$ показано изменение напряжений во времени в различных точках одно- и двухслойного цилиндров. Частоты радиальных колебаний практически совпадают, в то время как амплитудные значения напряжений, рассчитанные 2D-методом, существенно (до двух раз и

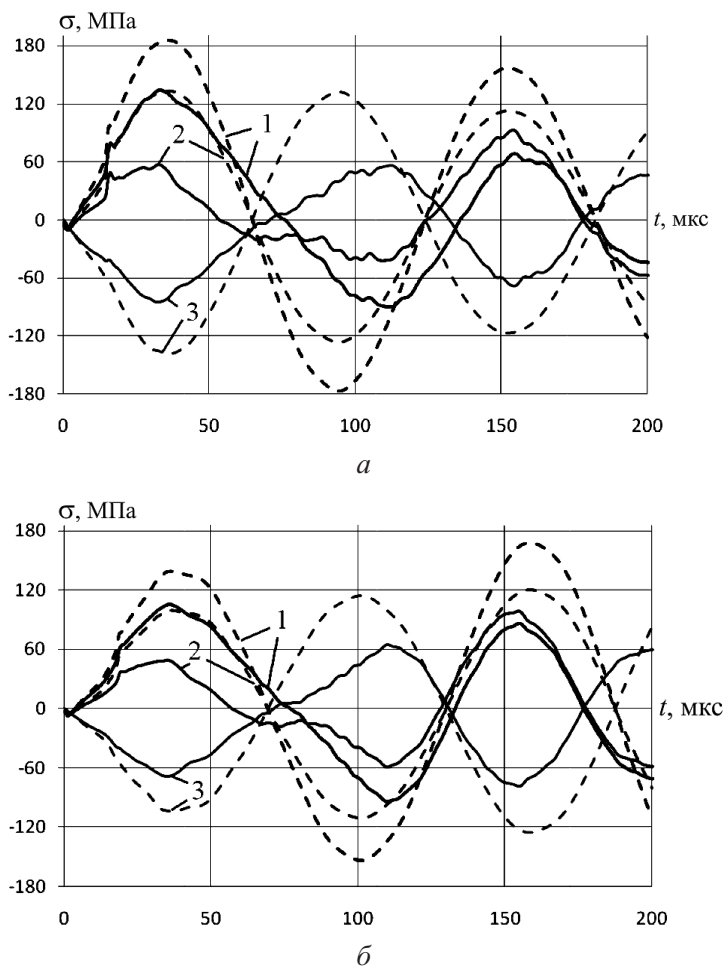


Рис. 3. Напряжения в различных точках двухслойного цилиндра.

более) выше, чем полученные на основе 3D-метода. Как это ни парадоксально, но при оценке прочности по критерию Цая–Ву в большинстве случаев более консервативен именно 3D-расчет (табл. 2). Следовательно, как при оценке динамического трехмерного НДС, так и прочности нет оснований для применения упрощенных 2D-методов расчета подобных толстостенных цилиндрических конструктивных элементов, поскольку при неосесимметричном импульсном нагружении, зависящем от окружной и продольной координат одновременно, для получения адекватных результатов необходим комплексный учет волновых процессов вдоль всех трех координат (x , φ и r) на основании общей трехмерной теории.

Выводы

1. Разработан численно-аналитический метод и ППП расчета нестационарного трехмерного неосесимметричного НДС и прочности (с использованием критериев разрушения Ашкенази либо Цая–Ву) многослойных толстостенных упругих цилиндрических оболочек со спиральной ортотропией слоев.

2. На примере конкретных краевых задач показаны возможности метода и получены некоторые рекомендации по расчету трехмерных нестационарных НДС и прочности подобных конструкций, импульсно нагруженных изнутри смещенным относительно центра симметрии оболочки взрывом заряда ВВ.

Резюме

На основі розкладання змінних у ряди Фур'є по кутовій координаті з використанням двовимірного алгоритму Уілкінса розроблено чисельно-аналітичний метод дослідження тривимірної неосесиметричної динаміки і міцності багат шарових товстостінних пружних спірально ортотропних циліндрів скінченної довжини з використанням критеріїв руйнування ортотропного матеріалу Ашкеназі або Цая–Ву. Чисельно досліджено вплив зміщення заряду вибухової речовини щодо центра симетрії на напружено-деформований стан і міцність одно- та двошарової оболонки.

1. Федоренко А. Г., Сырунин М. А., Иванов А. Г. Динамическая прочность оболочек из ориентированных волокнистых композитов при взрывном нагружении (обзор) // Прикл. механика и техн. физика. – 1993. – № 1. – С. 126 – 133.
2. Ашкенази Е. К., Ганов Э. В. Анизотропия конструкционных материалов. Справочник. – Л.: Машиностроение, 1980. – 247 с.
3. Механика композитов: В 12 т. – Т. 9. Динамика элементов конструкций. – Киев: Наук. думка, 1999. – 400 с.
4. Ромащенко В. А. Численное исследование нелинейной динамики многослойных спирально ортотропных цилиндров // Пробл. прочности. – 2008. – № 6. – С. 110 – 121.
5. Галиев Ш. У., Бабич Ю. Н., Жураховский С. В. и др. Численное моделирование волновых процессов в ограниченных средах. – Киев: Наук. думка, 1989. – 200 с.
6. Ромащенко В. А., Бейнер О. С., Бабич Ю. Н. Численно-аналитический метод исследования трехмерной динамики многослойных спирально ортотропных цилиндров // Пробл. прочности. – 2011. – № 4. – С. 103 – 113.
7. Tsai S. W. and Wu. E. M. A general theory of strength for anisotropic materials // J. Comp. Mater. – 1971. – 5. – P. 58 – 80.
8. Liu K. S. and Tsai S. W. A progressive quadratic failure criterion for a laminate // Comp. Sci. Technol. – 1998. – 58. – P. 1023 – 1032.
9. Onkar A. K., Upadhyay C. S., and Yadav D. Probabilistic failure of laminated composite plates using the stochastic finite element method // Comp. Struct. – 2007. – 77. – P. 79 – 91.
10. Zhao G. P. and Cho C. D. Damage initiation and propagation in composite shells subjected to impact // Ibid. – 2007. – 78. – P. 91 – 100.
11. Уилкинс М. Л. Расчет упруго-пластических течений // Вычислительные методы в гидродинамике. – М.: Мир, 1967. – С. 212 – 263.

12. *Партон В. З., Перлин П. И.* Методы математической теории упругости. – М.: Наука, 1981. – 688 с.
13. *Баум Ф. А., Орленко Л. П., Станюкович К. П. и др.* Физика взрыва. – 2 изд. – М.: Наука, 1975. – 704 с.
14. *Лехницкий С. Г.* Теория упругости анизотропного тела. – М.: Наука, 1977. – 416 с.
15. *Фихтенгольц Г. М.* Курс дифференциального и интегрального исчисления. – Т. 3. – М.: Наука, 1969. – 656 с.
16. *Луговой П. З.* Динамика тонкостенных конструкций при нестационарных нагрузках // Прикл. механика. – 2001. – **37**, № 5. – С. 44 – 73.

Поступила 25. 05. 2010