

Расчет ссылочных напряжений для поперечных дефектов сложной формы в трубах

И. В. Орыняк, С. М. Агеев

Институт проблем прочности им. Г. С. Писаренко НАН Украины, Киев, Украина

Предложены численные процедуры нахождения ссылочных напряжений для трубопроводов с поперечными дефектами сложной формы, основанные на моделировании глобального и локального предельного пластического состояния при нагружении осевой силой, внутренним давлением и изгибающим моментом. Проведен анализ результатов, полученных по предложенным процедурам, путем сопоставления их с экспериментальными данными.

Ключевые слова: труба, поперечный дефект, ссылочные напряжения, предельное пластическое состояние.

Введение. При анализе остаточной прочности трубопроводов с дефектами обычно рассматривают идеализированные дефекты вдоль и поперек продольной оси. Особое внимание уделяется дефектам, расположенным поперек продольной оси в сварных соединениях, где уровень изгибающих моментов может быть достаточно большим. Кроме того, расчет целостности дефектов в поперечном направлении является важным при внедрении концепции “течь перед разрушением” [1] в атомной промышленности. Для реальных высокопластичных металлов такой расчет предполагает прежде всего оценку сопротивления вязкому разрушению [2].

Методы оценки остаточной прочности продольных (осевых) дефектов в пластичных металлах основаны главным образом на эмпирических формулах либо численных решениях методом конечных элементов, что не позволяет понять физическую суть их предельного пластического состояния. В качестве альтернативы можно рассматривать аналитические формулы [3, 4], базирующиеся на моделировании распределения напряжений в окрестности дефекта при исчерпании несущей способности тела. Вместе с тем для осевых дефектов существует понятие “локального” и “глобального” решения. При локальном решении для поверхностных дефектов критическим считается образование зоны пластичности в нетто-сечении, в то время как при глобальном – переход в пластическое состояние большого объема материала за пределами дефекта.

Анализ дефектов, расположенных в поперечном направлении, производится по формулам, имеющим теоретическое обоснование. Оценка сквозных поперечных дефектов впервые была предложена в работах [5–7] по формуле net-section-collapse (NSC). Формула основана на таком статически возможном распределении напряжений, при котором в каждой точке дефектного поперечного сечения напряжения достигают предельной величины, а в целом напряжения уравновешивают приложенный момент и осевую силу. В [7] эта формула была усовершенствована для поверхностных поперечных дефектов. В литературных источниках часто используется выражение Кастнера, базирующееся на линейном распределении напряжений как для упругой балки [8].

Несмотря на то что для поперечных дефектов теоретические основы анализа и метод моделирования более-менее общеприняты, предлагаются работы по уточнению и развитию существующих подходов. Анализируется влияние формы дефекта, различное расположение его центра относительно вектора действия изгибающего момента, взаимодействие множественных дефектов [9, 10]. Вместе с тем, по нашему мнению, остается ряд принципиальных проблем при расчете поперечных дефектов.

1. Для описания уровня нагруженности тела с дефектом в механике разрушения широко используется понятие “ссылочное напряжение” (reference stress) σ_{ref} , введенное в 1968 г. для анализа длительной прочности неповрежденных тел [11]. Затем в 1984 г. в [12] расширена область применения σ_{ref} для оценки тел с трещинами. По существу, определение напряжения σ_{ref} основано на теории предельного равновесия [13], а его формальное описание для случая действия обобщенной нагрузки \bar{P} может быть представлено в виде

$$\sigma_{ref} = \bar{P}\sigma_u / \bar{P}_{LL}, \quad (1)$$

где \bar{P}_{LL} – предельное значение обобщенной нагрузки вязкого разрушения идеально-пластического тела с предельной характеристикой, равной пределу прочности σ_u .

Напряжения σ_{ref} очень удобны для практического применения, поскольку отношение σ_{ref} / σ_u , по сути, определяет коэффициент запаса прочности по вязкому разрушению. Однако σ_{ref} применяется в основном для анализа дефектов, расположенных в осевом направлении, когда единственным фактором нагружения является внутреннее давление [14]. Для дефектов, расположенных в поперечном направлении, где в качестве существенных факторов нагрузки выступают и внутреннее давление P , и осевая сила N , и изгибающий момент M , уравнение (1) становится непонятным, а методика определения σ_{ref} отсутствует. Поэтому в таких случаях обычно определяется предельное значение только одного фактора при фиксированных значениях остальных силовых факторов. Так, в работе [15] фиксировалось значение внутреннего давления и затем рассчитывался предельный изгибающий момент.

Напряжение σ_{ref} обычно определяется как мнимый предел прочности, при котором тело переходит в предельное состояние при заданной системе нагрузок [3, 4, 16]. В этом случае предельное состояние поперечного дефекта описывается следующим образом:

$$f(p, n, m, \bar{\Gamma}) = 0, \quad (2)$$

где $\bar{\Gamma}$ – функция, описывающая геометрию трубы и дефекта.

Безразмерные нагрузки (внутреннее давление p , осевая сила n и изгибающий момент m) связаны со ссылочными напряжениями так:

$$p = PR / \sigma_{ref} t; \quad n = N / 2\pi R t \sigma_{ref}; \quad m = M / 4R^2 t \sigma_{ref}. \quad (3)$$

Описанная уравнениями (3) нормировка силовых факторов очень удобна, поскольку предельная поверхность (2) в этом случае проходит через характерные точки $(p = 1, 0, 0)$, $(0, n = 1, 0)$, $(0, 0, m = 1)$.

Для определения \bar{P}_{LL} используется σ_u , которое в уравнении (1) сокращается с явным множителем σ_u . В этом состоит еще один недостаток уравнения (1). Таким образом, хотя величина σ_{ref} и не зависит от выбранного значения σ_u , в определяющем уравнении (1) его необходимо использовать, по крайней мере, дважды. Для подтверждения вышеизложенного приведем уравнение (D.57) [17] для сквозного дефекта длиной $2c = 2\theta R$, нагруженного давлением p , изгибающим моментом M и осевой силой F :

$$\sigma_{ref} = \frac{M}{2\sigma_Y R^2 (2\cos\beta - \sin\theta) - 2pR^3 \cos\beta} \sigma_Y, \quad (4a)$$

где

$$\beta = (\sigma_Y R t \theta + F/2) / (\sigma_Y R t - 2pR^2). \quad (4b)$$

Формула (4) получена на основе критерия NSC. Здесь уровень действующих напряжений σ_{ref} зависит от предела текучести σ_Y , что методологически неправильно, поскольку они характеризуют уровень нагруженности. Данное уравнение демонстрирует еще один недостаток существующих подходов – для каждой формы трещины и комбинации нагрузок предлагается свое аналитическое решение σ_{ref} , т.е. отсутствует универсальный подход к его определению.

2. Исторически сложилось так, что осевые поверхностные и сквозные дефекты рассчитывались по эмпирическим формулам [18], которые сразу разграничивали понятия локального (для поверхностных дефектов) и глобального (для сквозных дефектов) решений. Особенность этих формул состоит в том, что при стремлении нетто-связки к нулю прочность для случая поверхностной трещины оказывается меньше прочности для случая сквозной трещины одинаковой длины. В основу формул для дефектов, расположенных в поперечном (окружном) направлении, положена классическая теория предельного состояния, согласно которой несущая способность увеличивается с добавлением как отдельных связей в материале, так и дополнительного объема материала [19]. Считается, что нетто-связка вносит дополнительный вклад в остаточную прочность сечения, и значит, поверхностный дефект прочнее сквозного, что не всегда наблюдается в экспериментах. Поэтому для поперечных дефектов не делают разграничения между локальным и глобальным решением. В существующих классических схемах, таких как NSC, не объясняется различие между локальным и глобальным разрушением, что не позволяет понять причину реализации явления “течи” (прорыв только нетто-связки) или “разрушения” (разрыв металла, приводящий к увеличению длины трещины) при нагружении окружных поверхностных дефектов.

Однако из литературных источников известно, что предпринимались попытки разделить глобальное, основанное на подходе NSC, и локальное разрушения для окружных трещин. В работе [20] предполагалось, что при

локальном предельном состоянии дефекта глубиной a и углом 2ψ , расположенного в окружном направлении, распределение напряжений σ_f в нетто-связке достигает предельных значений, далее они уменьшаются по линейному закону, причем напряжения σ_0 на противоположной от вершины дефекта части трубы не фиксированы, а определяются из условия равновесий сил и моментов (рис. 1,а). Угол φ_0 соответствует границе между положительным и отрицательным распределением напряжений (рис. 1). Такая модель не только приводит к сложным выражениям и нелогичным результатам, например, для очень короткой и неглубокой трещины, но и при некоторых соотношениях момента и силы не позволяет получить аналитические выражения. Более логичной, по нашему мнению, является работа [21], где в бездефектной области предложен иной закон распределения напряжений, величина которых ниже напряжений нетто-сечения σ_{ref} (рис. 1,б):

$$\sigma_p = \sigma_u - (\sigma_u - \sigma_Y) \frac{a}{t}, \tag{5}$$

где t – толщина стенки трубы.

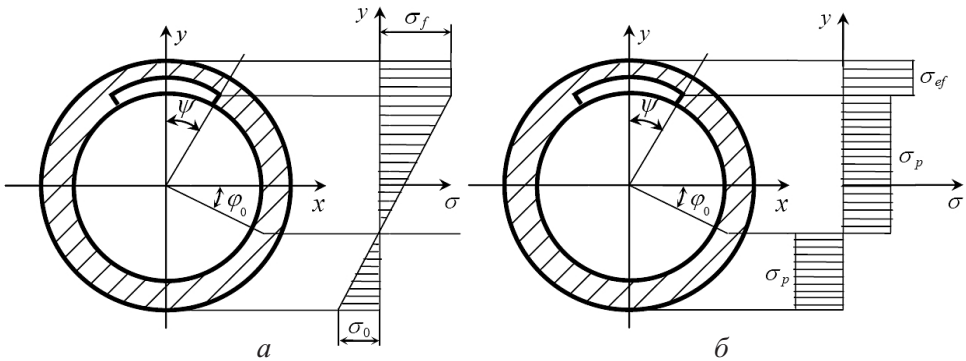


Рис. 1. Распределение напряжений согласно данным [20] (а) и [21] (б).

Очевидно, что в этом случае исходили из соображений о необходимости ограничения пластических деформаций. Это соответствует моделированию предельного состояния труб с дефектами в осевом направлении [3, 22] с учетом ограниченной возможности материала к пластическому деформированию нетто-связки для поверхностных дефектов, в результате чего накладываются ограничения на возможное распределение напряжений. Такая идея будет использоваться далее. Возвращаясь к “локальным” моделям [20, 21], отметим еще один общий недостаток: их нельзя использовать при анализе дефектов сложной формы, поскольку непонятно, как задавать закон распределения напряжений.

Таким образом, рассмотрены следующие задачи.

1. Универсальная процедура определения σ_{ref} (глобальное решение), учитывающая сложную форму дефекта, расположенного в поперечном направлении, при многофакторном нагружении в рамках существующего критерия NSC.

2. Схематический анализ деформирования трубы с дефектом, который расположен в поперечном направлении, и выделение двух предельных случаев: глобальный (критерий NSC) и локальный (при введении в рассмотрение мнимого дефекта, симметричного реальной трещине).

3. Универсальная процедура определения σ_{ref} (локальное решение).

Отметим, что для глобального и локального решений процедура сводится к нахождению угла φ_0 (граница между положительным и отрицательным распределением напряжений, отсчитываемая по часовой стрелке от оси x – рис. 2) и мнимого предела прочности материала σ_{ref} , удовлетворяющего уравнению состояния вида (2).

Численная процедура нахождения σ_{ref} для одиночного дефекта (глобальное решение). Дефект, имеющий постоянную глубину. Предлагается алгоритм определения ссылочных напряжений σ_{ref} (мнимый предел прочности [16]), который основан на известной модели предельного пластического состояния [5], предполагающей, что все точки нетто-сечения трубы находятся в предельном состоянии (рис. 2). Рассматривается одновременное действие всех трех силовых факторов: внутреннее давление $P = p\sigma^+ t/R$; осевая сила $N = 2\pi R t n \sigma^+$; изгибающий момент $M = 4R^2 t m \sigma^+$, где p , n , m – безразмерное внутреннее давление, осевая сила и изгибающий момент соответственно; R – средний радиус; a – глубина дефекта.

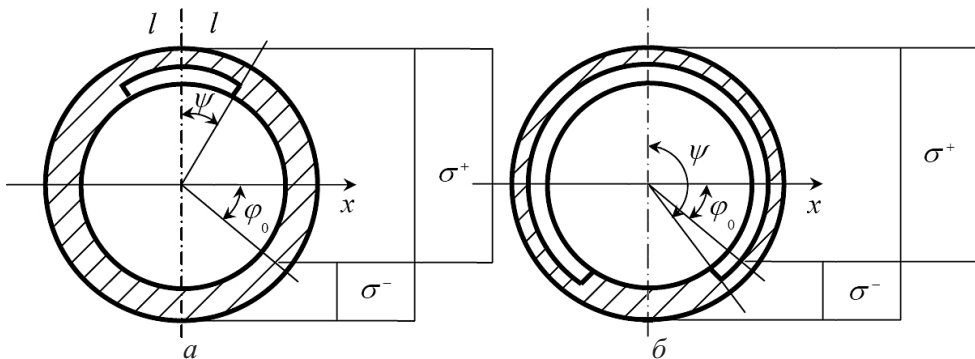


Рис. 2. Сечение трубы с одиночным дефектом постоянной глубины: а – $\varphi_0 > \psi - \pi/2$; б – $\varphi_0 < \psi - \pi/2$.

Поскольку от внутреннего давления возникают окружные положительные напряжения, для определения максимальных напряжений в продольном направлении вводятся понятия: $\sigma^+ = \sigma_{ref}$ – предельное значение напряжений при растяжении, σ^- – то же при сжатии. Согласно критерию Треска, имеем $\sigma^- = -\sigma^+ + PR\sigma^+ / \sigma^+ t = -\sigma^+ (1 - p)$.

Рассмотрим два возможных варианта расположения дефекта:

1) дефект находится в области растягивающих напряжений (рис. 2,а). Учитывая симметрию поперечного сечения (при условии, что поперечный дефект симметричен относительно вертикальной оси), рассматривается только его половина. Интегральное уравнение равновесия сил в осевом направлении имеет следующий вид:

$$2\sigma^{-}tR \int_{-\pi/2}^{-\varphi_0} d\varphi + 2\sigma^{+}tR \int_{-\varphi_0}^{\pi/2} d\varphi - 2\sigma^{+}aR \int_{\pi/2-\psi}^{\pi/2} d\varphi = 2\pi R t n \sigma^{+}. \quad (6)$$

Два первых слагаемых соответствуют бездефектному сечению, третье – учитывает его наличие:

$$\varphi_0(2-p) = n\pi - p\pi/2 + \psi a/t. \quad (7)$$

В данное уравнение входят неизвестные: угол φ_0 и ссылочные напряжения σ_{ref} . Из статического уравнения, которое устанавливает связь между изгибающим моментом и напряжениями, получим

$$2 \int_{-\pi/2}^{-\varphi_0} \sigma^{-} R^2 t \sin \varphi d\varphi + 2 \int_{-\varphi_0}^{\pi/2} \sigma^{+} R^2 t \sin \varphi d\varphi - 2 \int_{\pi/2-\psi}^{\pi/2} \sigma^{+} R^2 a \sin \varphi d\varphi = 4R^2 t m \sigma^{+}. \quad (8)$$

В окончательном виде уравнение моментов запишем так:

$$2m = (2-p) \cos \varphi_0 - (a/t) \sin \psi; \quad (9)$$

2) часть дефекта расположена в области сжимающих напряжений (рис. 2,б): $\varphi_0 < \psi - \pi/2$. Уравнение равновесия сил в осевом направлении строится аналогично:

$$\frac{\varphi_0}{\pi} = \frac{n - p/2 + a(2-p)/2t - a\psi(1-p)/\pi t}{(2-p)(1-a/t)}. \quad (10)$$

Уравнение моментов будет иметь вид

$$(2-p)(1-a/t) \cos \varphi_0 + (a/t)(1-p) \sin \psi = 2m. \quad (11)$$

Алгоритм нахождения предельного состояния состоит в итерационном подборе расчетной величины σ_{ref} методом деления отрезка пополам. Определяют предполагаемый диапазон изменения ссылочного напряжения σ_{ref} : его нижнюю σ_{ref}^{lower} и верхнюю σ_{ref}^{upper} границы. С учетом среднего значения σ_{ref}^m (в формулах оно используется как σ^{+}) определяем угол φ_0 согласно формуле (7), который должен удовлетворять условию $\varphi_0 + \pi/2 > \psi$. В этом случае проверяется условие прочности (9): если $2m < (2-p) \cos \varphi_0 - (a/t) \sin \psi$, то прочность удовлетворяется, и ссылочное напряжение можно уменьшить ($\sigma_{ref}^{upper} = \sigma_{ref}^m$), в противном случае имеем $\sigma_{ref}^{lower} = \sigma_{ref}^m$. Если $\varphi_0 + \pi/2 < \psi$, угол φ_0 находим по формуле (10) и проверяем условие прочности (11): если

$(2-p)(1-a/t)\cos\varphi_0 + (a/t)(1-p)\sin\psi > 2m$, то ссылочное напряжение необходимо уменьшить ($\sigma_{ref}^{upper} = \sigma_{ref}^m$), в противном случае получим $\sigma_{ref}^{lower} = \sigma_{ref}^m$.

Таким образом можно определить σ_{ref} .

Дефект, имеющий сложную форму, характеризуется зависимостью $a(\varphi)$. Процедура нахождения σ_{ref} для трубы с одиночным дефектом сложной формы (рис. 3) аналогична выше рассмотренной. Определим вначале диапазон значений (верхняя и нижняя границы), которые может принимать данная характеристика. Нижняя граница, очевидно, соответствует дефекту, имеющему минимальные размеры и минимальные приложенные нагрузки, а именно: трубе без дефекта при воздействии одного из трех силовых факторов (внутреннее давление P , осевая сила N , изгибающий момент M): $P \neq 0, N = M = 0, \sigma_{ref}^{(1)} = PR/t; N \neq 0, P = M = 0, \sigma_{ref}^{(2)} = N/2\pi Rt; M \neq 0, P = N = 0, \sigma_{ref}^{(3)} = M/4R^2t$. Значение нижней границы σ_{ref}^{lower} выбирается следующим образом: $\sigma_{ref}^{lower} = \max\{\sigma_{ref}^{(1)}; \sigma_{ref}^{(2)}; \sigma_{ref}^{(3)}\}$.

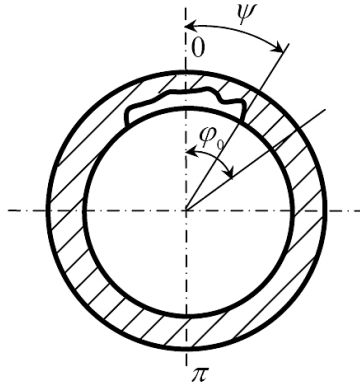


Рис. 3. Сечение трубы с одиночным дефектом сложной формы.

Для определения верхней границы σ_{ref}^{upper} рассмотрим два простых случая:

1) осесимметричный дефект, глубина которого равна максимальной глубине сложного дефекта, при одновременном воздействии трех силовых факторов: $(\sigma_{ref}^{upper})_1 = 2(PR/t + |N/2\pi Rt_n| + M/4R^2 t_n)$, где $t_n = t - a$ – толщина нетто-сечения. Чтобы исключить вариант, когда значение $(\sigma_{ref}^{upper})_1$ будет меньше σ_{ref} реального дефекта сложной формы, выбран коэффициент 2;

2) сквозной дефект прямоугольной формы, длина которого равна максимальной длине сложного дефекта, а глубина – $a/t = 1$. Значение σ_{ref}^{upper} в этом случае находим с помощью системы уравнений (7) и (9):

$$(\sigma_{ref}^{upper})_2 = 2(PR/t + |N/2Rt(2\arccos(0,5\sin\psi) - 2\psi)| + M/2R^2t(2\cos(\psi/2) - \sin\psi)).$$

Значение верхней границы выбирается из условия

$$\sigma_{ref}^{upper} = \min\{(\sigma_{ref}^{upper})_1; (\sigma_{ref}^{upper})_2\}.$$

Для начала итерационной процедуры следует определить σ_{ref}^m как среднее значение нижней и верхней границ. Рассмотрим первый этап процедуры: нахождение угла φ_0 . В отличие от аналитического угла φ_0 для дефекта с постоянной глубиной, в предлагаемой процедуре для дефекта сложной формы он определяется с помощью итерационной процедуры. Для этого необходимо найти значения осевой силы N_{lower} и N_{upper} при $(\varphi_0)_{lower} = 0$ и $(\varphi_0)_{upper} = \pi$ соответственно:

$$N_{lower} = -2\sigma^+(1-p)Rt \int_0^\pi d\varphi + 2\sigma^+(1-p)R \int_0^\psi a(\varphi)d\varphi; \quad (12)$$

$$N_{upper} = 2\sigma^+ R \int_0^\pi d\varphi - 2\sigma^+ R \int_0^\psi a(\varphi)d\varphi. \quad (13)$$

Полученные таким образом значения N_{lower} и N_{upper} сравним с приложенной силой N : если $N < N_{lower}$ и $N > N_{upper}$, необходимо увеличить ссылочные напряжения, т.е. $\sigma_{ref}^{lower} = \sigma_{ref}^m$, если $N_{lower} < N < N_{upper}$ – определить среднее значение угла φ_0 : $(\varphi_0)_m = 0,5((\varphi_0)_{lower} + (\varphi_0)_{upper})$. Следующий шаг – определение предельно возможного значения осевой силы N_m при $(\varphi_0)_m$:

$$N_m = 2\sigma^+ R \int_0^{\varphi_0} d\varphi - 2\sigma^-(1-p)Rt \int_{\varphi_0}^\pi d\varphi - 2\sigma^+ R \int_0^\psi a(\varphi)d\varphi; \quad (14)$$

$$N_m = 2\sigma^+ R \int_0^{\varphi_0} t_n(\varphi)d\varphi - 2\sigma^+(1-p)Rt \int_{\varphi_0}^\pi d\varphi + 2\sigma^+(1-p)R \int_{\varphi_0}^\psi a(\varphi)d\varphi, \quad (15)$$

где $t_n(\varphi) = t - a(\varphi)$. Формула (14) соответствует варианту, когда дефект находится в области растягивающих напряжений, формула (15) – часть дефекта находится в области сжимающих напряжений.

Сравним полученное значение N_m с приложенной силой N : если $N_m > N$, необходимо уменьшить угол φ_0 , т.е. $(\varphi_0)_{upper} = (\varphi_0)_m$, если $N_m < N$ – увеличить, $(\varphi_0)_{lower} = (\varphi_0)_m$. Процедура определения угла предусматривает 14 итераций, что обеспечивает точность порядка 0,01%.

Проверим выполнение условия равенства приложенного момента M его предельному значению M_m для полученной величины $(\varphi_0)_m$: если $M_m > M$, условие прочности удовлетворяется. В этом случае следует уменьшить значение ссылочного напряжения, т.е. $\sigma_{ref}^{upper} = \sigma_{ref}^m$, если $M_m < M$ – увеличить

ссылочные напряжения, $\sigma_{ref}^{lower} = \sigma_{ref}^m$. Значение M_m находим следующим образом:

$$M_m = 2\sigma^+ R^2 t \int_0^{\varphi_0} \cos \varphi d\varphi - 2\sigma^+ (1-p) R^2 t \int_{\varphi_0}^{\pi} \cos \varphi d\varphi - 2\sigma^+ R^2 \int_0^{\psi} a(\varphi) \cos \varphi d\varphi; \quad (16)$$

$$M_m = 2\sigma^+ R^2 \int_0^{\varphi_0} t_n(\varphi) \cos \varphi d\varphi - 2\sigma^+ (1-p) R^2 t \int_{\varphi_0}^{\pi} \cos \varphi d\varphi + 2\sigma^+ (1-p) R^2 \int_{\varphi_0}^{\psi} a(\varphi) \cos \varphi d\varphi. \quad (17)$$

Предельный изгибающий момент согласно формуле (16) соответствует варианту, когда дефект находится в области растягивающих напряжений, согласно формуле (17) – часть дефекта находится в области сжимающих напряжений. Таким образом, изменяя значение σ_{ref} , можно за некоторое число шагов определить предельное состояние трубы.

Интегралы (12)–(17) определяются численно, что позволяет учитывать любую форму дефекта.

Предложенная выше процедура определения σ_{ref} является типичным примером построения статически возможного решения. Отметим парадокс таких решений: с одной стороны, они должны давать оценку снизу, как следствие теоремы о статически возможном решении теории пластичности, с другой – такие решения не учитывают перемещения и деформации точек тела, а следовательно, и ограниченную способность реальных тел сопротивляться пластическим деформациям, что приводит к переоценке несущей способности. Как пример, сошлемся на наш опыт построения “локальных” и “глобальных” моделей предельного пластического состояния [4]. Рассмотрим моделирование развития деформаций в трубах с поперечными дефектами.

Схема распределения деформаций. Полагаем, что характер распределения упругих и пластических деформаций как в бездефектной трубе (рис. 4,*a*), так и в трубе с бесконечным в осевом направлении дефектом (рис. 4,*б*) подчиняется гипотезе плоских сечений. В то же время окружной поверхностный дефект конечной длины в осевом направлении нарушает такое распределение деформаций, внося асимметрию. Пусть дефект расположен в верхней части трубы, которая нагружена только внешним изгибающим моментом M (рис. 4). В этом случае нулевая точка эпюры деформации $\varepsilon(y)$ будет располагаться несколько ниже оси трубопровода ($\varphi_0 > 0$). Чтобы понять процесс деформирования секции трубопровода с окружным поверхностным дефектом глубиной a и шириной $2l$ (рис. 5,*a*), рассмотрим три характерных поперечных сечения.

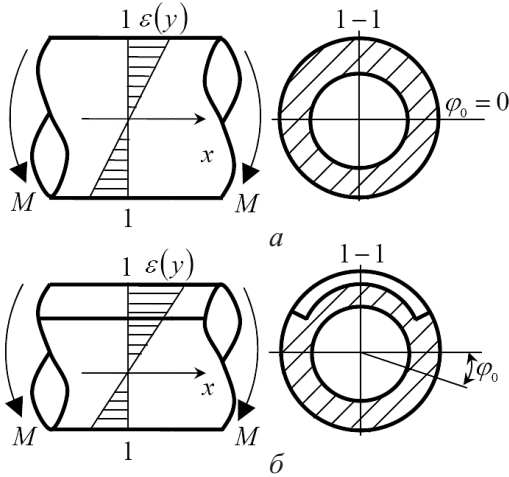


Рис. 4. Эпюры деформаций: а – бездефектная труба; б – труба с длинным в осевом направлении дефектом.

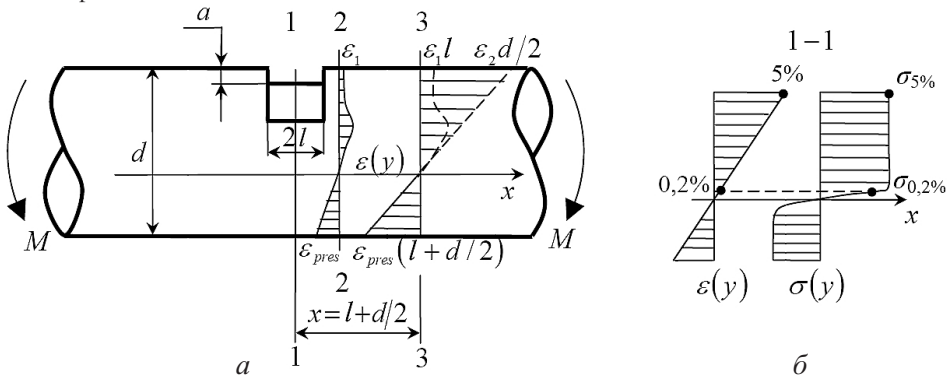


Рис. 5. Предполагаемое распределение деформаций и перемещений (а), деформаций и напряжений (б).

Сечение 1–1. Полагаем, что предельное пластическое состояние дефектного сечения 1–1 описывается классической схемой распределения напряжений $\sigma(y)$ – рис. 5,б. Очевидно, для достижения такого предельного состояния точки сечения трубы должны быть подвержены большим пластическим деформациям $\varepsilon(y)$ (здесь для примера в качестве “больших” деформаций принимается уровень 5%).

Сечение 2–2. Рассмотрим сечение, находящееся в непосредственной близости к дефектной зоне (рис. 5,а). Если в сечении 1–1 напряжения распределены по нетто-сечению $(t - a)$, то в сечении 2–2 – по всей толщине стенки t . Поэтому его особенностью является уменьшение напряжений в части, примыкающей к дефектной, с $\sigma \approx \sigma_u$ до $\sigma \approx (t - a)\sigma_u/t$. Уменьшение напряжений в зоне дефекта, в свою очередь, приводит к резкому понижению деформаций (на рис. 5,а эпюра $\varepsilon(y)$). В остальных точках, в том числе и в точке нейтральной оси ($\varepsilon = 0$), этого сечения величина деформаций остается неизменной.

Сечение 3–3. В данном сечении и следующих за ним удаленных от дефекта выполняется гипотеза плоских сечений. Полагаем, что полное пере-

распределение напряжений по сечению трубы, приводящее к плоским сечениям, происходит на расстоянии, равном половине диаметра трубы, т.е. $x_3 = l + d/2$ (рис. 5,а).

Полное перемещение верхней точки сечения 3–3 определяется величиной раскрытия дефекта δ , перемещением, вызванным деформацией растяжения ε_1 дефектного участка длиной l и деформацией растяжения ε_2 внедефектного участка длиной $d/2$:

$$U_{upper} = \delta + \varepsilon_1 l + \varepsilon_2 d/2. \quad (18)$$

Перемещение нижней точки исследуемого поперечного сечения определяется деформацией сжатия ε_{pres} участка $(l + d/2)$:

$$U_{lower} = \varepsilon_{pres}(l + d/2). \quad (19)$$

В этом сечении эпюра перемещений имеет линейный характер (рис. 5,а), а перемещения верхней и нижней точек будут соизмеримы (поскольку нейтральная линия, где перемещения равны нулю, находится вблизи линии $\varphi = 0$). Из (18) и (19) с учетом, что $\varepsilon_2 \ll \varepsilon_{pres}$, следует

$$\delta + \varepsilon_1 l \approx \varepsilon_{pres}(l + d/2). \quad (20)$$

Рассмотрим два предельных варианта размеров дефекта в осевом направлении:

1) $l \rightarrow 0$, тогда величина раскрытия трещины должна быть очень большой, т.е. $\delta \rightarrow \varepsilon_{pres} d/2$, что для типичных характеристик раскрытия трещины нереально, особенно для труб большого диаметра;

2) $l \approx d/2$, в этом случае, даже если положить $\delta \rightarrow 0$, величина положительных деформаций в дефектной зоне должна быть сопоставима с величиной деформаций сжатия в нижней части трубы, т.е. $\varepsilon_1 \leq 2\varepsilon_2$, что вполне реально.

Таким образом, на основании вышеприведенных рассуждений можно сформулировать критерии реализации глобального решения: 1) при трещиноподобном поверхностном дефекте только в случае очень большой трещиностойкости металла, выраженной в терминах раскрытия трещины δ для труб небольшого диаметра; 2) при большой ширине (размер в осевом направлении) поверхностного дефекта; 3) для сквозного дефекта ($a \equiv t$). В последнем случае препятствий для раскрытия трещины не будет, поэтому распределение перемещений в сечении 3–3 (рис. 5) соответствует гипотезе плоских сечений.

Очевидно, что для реальных поперечных трещин в трубах глобальное решение может оказаться неконсервативным.

Далее предлагается локальное решение, основанное на симметричном распределении деформаций в верхней и нижней части сечения трубы. Это достигается путем введения мнимого симметричного дефекта относительно оси x , что приведет к распределению и “выравниванию” деформаций в верхней и нижней частях сечения.

Численная процедура нахождения σ_{ref} для симметричного дефекта (локальное решение). Предложено моделирование поведения материала с учетом его ограниченной способности к пластическому деформированию путем введения мнимого симметричного дефекта, что повышает расчетные оценки σ_{ref} по сравнению с таковыми для реального дефекта.

Дефект, имеющий постоянную глубину. Построение модели предельного пластического состояния аналогично глобальному решению. Искомые уравнения находим как и для одиночного дефекта.

Рассмотрим три возможных варианта расположения дефектов:

1) реальный дефект находится в области растягивающих напряжений ($\varphi_0 < \pi/2 - \psi$), мнимый – в области сжимающих напряжений (рис. 6,а). Из уравнения сил имеем выражение для угла φ_0 :

$$\varphi_0(2 - p) = n\pi - p\pi/2 + p\psi a/t. \tag{21}$$

Из уравнения моментов получим

$$2m = (2 - p)(\cos \varphi_0 - (a/t)\sin \psi); \tag{22}$$

2) часть мнимого дефекта находится в области сжатия ($\varphi_0 \geq \pi/2 - \psi$):

$$\varphi_0(2 - p)(1 - a/t) = n\pi - 0,5p\pi(1 - a/t) + 2\pi a(\psi/\pi - 0,5)/t, \tag{23}$$

$$m = (1 - a/t)(1 - p/2)\cos \varphi_0; \tag{24}$$

3) часть реального дефекта и мнимый находятся в области сжатия ($\varphi_0 \geq \pi/2 - \psi$):

$$\varphi_0(2 - p)(1 - a/t) = -n\pi + 0,5p\pi(1 + a/t) + 2\pi a(\psi/\pi - p\psi/\pi - 0,5)/t. \tag{25}$$

Второе условие аналогично (22).

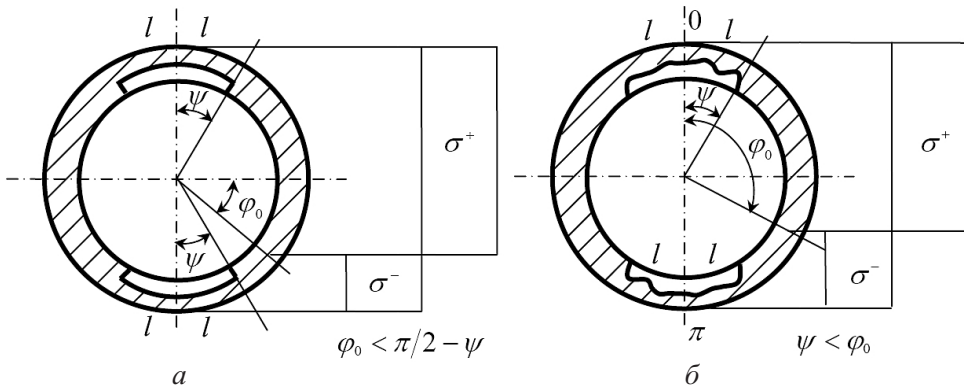


Рис. 6. Сечение трубы с симметричными поперечными дефектами постоянной глубины (а) и сложной формы (б).

Дефект, имеющий сложную форму. Проанализируем прочность трубы с симметричным дефектом сложной формы (рис. 6,б). Нижняя граница мнимой характеристики прочности материала остается без изменений (бездефектная труба, нагружаемая одним из трех силовых факторов):

$$\sigma_{ref}^{lower} = \max\{PR/t; N/2\pi Rt; M/4R^2t\}.$$

Для нахождения верхней границы проанализируем два случая:

1) труба с осесимметричным дефектом, глубина которого равна максимальной глубине сложного дефекта, при одновременном воздействии трех силовых факторов:

$$(\sigma_{ref}^{upper})_1 = 2(PR/t + |N/2\pi Rt_n| + M/4R^2t_n);$$

2) труба со сквозными симметричными дефектами, длина которых равна максимальной длине сложного дефекта:

$$(\sigma_{ref}^{upper})_2 = 2 \left(\frac{PR}{t} \frac{\psi - \pi/2 + \arccos(\sin \psi)}{2\arccos(\sin \psi)} + \frac{|N|}{4Rt \arccos(\sin \psi)} + \frac{M}{4R^2t(1 - \sin \psi)} \right).$$

Здесь каждый из трех слагаемых соответствует решению системы уравнений (21) и (22) при однофакторном нагружении. Из двух найденных значений верхней границы характеристики материала выбирают минимальное:

$$\sigma_{ref}^{upper} = \min\{(\sigma_{ref}^{upper})_1; (\sigma_{ref}^{upper})_2\}.$$

Итерационная процедура для двух симметричных дефектов сложной формы аналогична процедуре для одиночного дефекта сложной формы, за исключением следующего. Осевая сила, приложенная на верхней и нижней границах угла φ_0 , определяется следующим образом:

$$N_{lower}(0) = -2\sigma^+(1-p)Rt \int_0^\pi d\varphi + 2\sigma^+(1-p)R \int_0^\psi a(\varphi)d\varphi + \\ + 2\sigma^+(1-p)R \int_{\pi-\psi}^\pi b(\varphi)d\varphi; \quad (26)$$

$$N_{upper}(\pi) = 2\sigma^+ Rt \int_0^\pi d\varphi - 2\sigma^+ R \int_0^\psi a(\varphi)d\varphi - 2\sigma^+ R \int_{\pi-\psi}^\pi b(\varphi)d\varphi. \quad (27)$$

Функции $a(\varphi)$ и $b(\varphi)$ учитывают форму симметричных дефектов. Для нахождения осевых сил N_m и изгибающих моментов M_m при значении

угла $(\varphi_0)_m = 0,5((\varphi_0)_{lower} + (\varphi_0)_{upper})$ следует иметь в виду три возможных варианта: 1) $\psi < \varphi_0 < \pi - \psi$; 2) $\varphi_0 < \psi$; 3) $\varphi_0 > \pi - \psi$. Для первого варианта (рис. 6,б) получим

$$N_m = 2\sigma^+ R t \int_0^{\varphi_0} d\varphi - 2\sigma^+ (1-p) R t \int_{\varphi_0}^{\pi} d\varphi - 2\sigma^+ R \int_0^{\psi} a(\varphi) d\varphi + 2\sigma^+ (1-p) R \int_{\pi-\psi}^{\pi} b(\varphi) d\varphi; \tag{28}$$

$$M_m = 2\sigma^+ R^2 t \int_0^{\varphi_0} \cos \varphi d\varphi - 2\sigma^+ (1-p) R^2 t \int_{\varphi_0}^{\pi} \cos \varphi d\varphi - 2\sigma^+ R^2 \int_0^{\psi} a(\varphi) \cos \varphi d\varphi + 2\sigma^+ (1-p) R^2 \int_{\pi-\psi}^{\pi} b(\varphi) \cos \varphi d\varphi. \tag{29}$$

Для двух других вариантов N_m и M_m находим аналогично. Интегралы (26)–(29) определяются численно, что дает возможность учитывать любую форму дефекта.

“Течь перед разрушением”. Выше указывалось, что для осевых дефектов существуют понятия локального и глобального разрушений, что объясняет возможность “течи перед разрушением” (ТПР). Вместе с тем, в отличие от предложенного подхода, существующие модели поперечных дефектов не позволяют учитывать это явление.

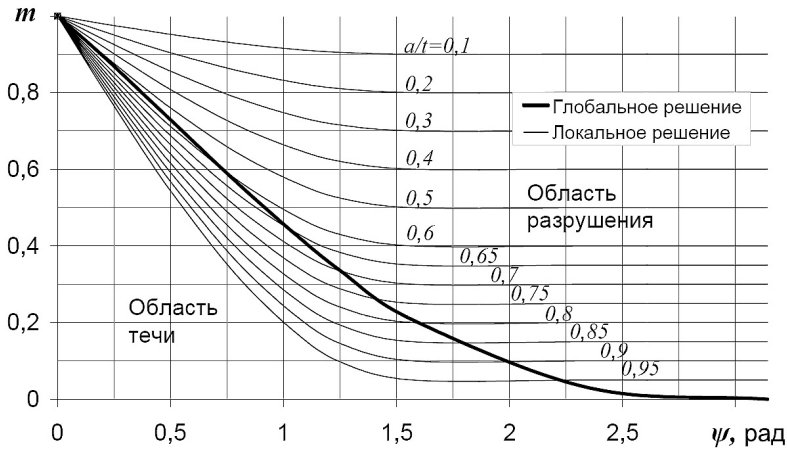


Рис. 7. Диаграмма ТПР.

На рис. 7 построена диаграмма ТПР для случая нагружения только изгибающим моментом с использованием полученной модели предельного пластического состояния трубопроводов с поперечными дефектами, где $m = M / 4R^2 t \sigma_{ref}$ – безразмерный изгибающий момент; ψ – половина угла, на

который опирается дефект. Утолщенной кривой соответствует глобальное решение (при $a/t = 1$), семейству кривых – локальное решение для дефекта разной глубины.

На рис. 8 показана граница, полученная на основании диаграммы ТПР, где реализуется переход от течи к разрушению.

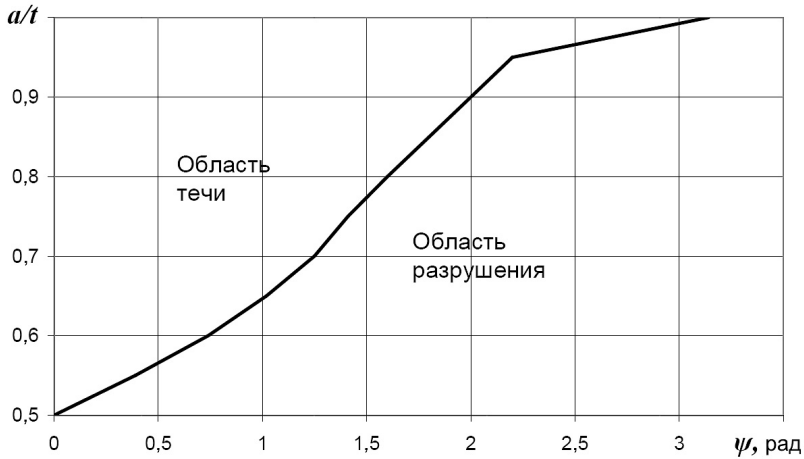


Рис. 8. Граница между областями течи и разрушения.

Отметим, что полученные формулы позволяют провести подобную границу и при других видах нагружения.

Сопоставление результатов расчета с экспериментом. Полученные результаты сравним с данными полномасштабного эксперимента до разрушения (таблица) прямых дефектных труб под действием изгибающего момента [23, 24]. Отметим, что дефект имеет форму, близкую к полуэллиптической. Для сравнения результатов использовали глобальное (формулы (16), (17)) и локальное (формула (29)) решения. Полуэллиптический дефект представлен функциями $a(\varphi) = a_{\max} \sqrt{1 - (\varphi/\psi)^2}$ и $b(\varphi) = a_{\max} \sqrt{1 - ((\pi - \varphi)/\psi)^2}$, где a_{\max} – максимальная глубина дефекта; φ – угловая координата.

Максимальный изгибающий момент для полуэллиптической трещины согласно критерию NSC [15] определяется следующим образом:

$$M_{\max} = 4\sigma_u R_m^2 t \left[\cos\left(\frac{\pi}{8} \frac{a_{\max}}{t} \psi\right) - \frac{a_{\max}}{t} \frac{f(\psi)}{2\psi} \right], \quad (30)$$

где $f(\psi) = 0,7854\psi^2 - 0,09817\psi^4 + 0,0040906\psi^6 - 0,000085\psi^8$; R_m – средний радиус в соответствии с обозначениями [15].

Анализ данных таблицы позволяет утверждать, что результаты глобального решения, в отличие от локального, хорошо соответствуют экспериментальным данным, так как нанесенные дефекты не являются трещиноподобными. Кроме того, хорошее соответствие глобального решения с формулой (30) объясняется тем, что они основаны на модели предельного пластического состояния.

Сопоставление экспериментальных данных с результатами глобального и локального решений

σ_u , МПа	D_0 , мм	t , мм	a_{max} , мм	$2l$, мм	2ψ , град	$M_{max}^э$, кН·м	α	$M_{max}^p / M_{max}^э$		
								(30)	Глобальное	Локальное
490	114,3	8,6	1,7	100,0	180,0	39,6	0,85	1,08	1,06	0,97
490	114,3	8,6	4,3	100,0	180,0	38,4	0,83	0,89	0,88	0,67
490	114,3	8,6	6,9	100,0	180,0	29,5	0,63	0,84	0,82	0,45
490	114,3	8,6	6,9	100,0	90,0	33,5	0,72	1,04	1,03	0,75
490	114,3	8,6	3,0	100,0	180,0	38,8	0,84	1,00	0,98	0,82
490	114,3	8,6	4,3	100,0	90,0	37,5	0,81	1,06	1,05	0,88
490	114,3	8,6	4,3	100,0	60,0	38,6	0,83	1,09	1,08	0,96
490	114,3	8,6	6,9	100,0	60,0	38,1	0,82	1,02	1,01	0,83
406	102,0	8,1	5,0	37,5	48,9	26,2	0,90	0,99	0,99	0,88
406	102,0	8,1	6,0	41,0	53,9	24,4	0,84	1,02	1,02	0,87
406	102,0	8,1	7,0	41,0	57,9	22,3	0,77	1,06	1,07	0,87
490	114,3	8,6	4,3	100,0	180,0	33,7	0,73	1,02	1,01	0,76
490	114,3	8,6	6,9	100,0	180,0	28,2	0,61	0,88	0,86	0,47
406	102,0	8,1	5,0	37,5	48,9	25,8	0,89	1,00	1,01	0,9
406	102,0	8,1	6,0	41,0	53,9	25,5	0,88	0,97	0,98	0,84
406	102,0	8,1	7,0	41,0	57,9	26,1	0,90	0,91	0,91	0,74

Примечание. σ_u – предел прочности материала; D_0 – наружный диаметр трубы; l – половина длины дефекта в осевом направлении; $M_{max}^э, M_{max}^p$ – экспериментальные и расчетные значения максимальных изгибающих моментов; $\alpha = M_{max}^p / 4R^2\sigma_u$ – коэффициент уменьшения прочности (R – средний радиус трубы).

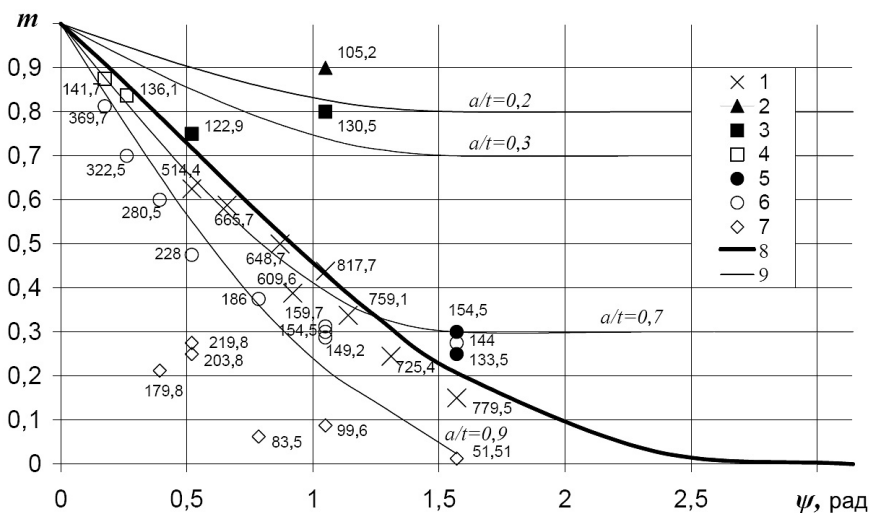


Рис. 9. Сопоставление результатов расчета с экспериментом: 1 – ТПР; 2 – разрушение ($a/t = 0,2$); 3 – разрушение ($a/t = 0,3$); 4 – течь ($a/t = 0,3$); 5 – разрушение ($a/t = 0,7$); 6 – течь ($a/t = 0,7$); 7 – течь ($a/t = 0,9$); 8 – глобальное решение; 9 – локальное решение.

Рассмотрим также экспериментальные данные до разрушения труб с трещиноподобными дефектами [25]. Отметим, что трубная секция ($D_0 = 457$ мм, $t = 15$ мм) стали 15NiCuMoNb5 ($\sigma_u = 659$ МПа) подвергалась внешнему изгибающему моменту M и внутреннему давлению $P = 8$ МПа. Цифры на рис. 9 соответствуют коэффициентам интенсивности напряжений в МПа $\sqrt{м}$ [26, 27]. Несмотря на погрешности, полученные для глубоких дефектов, в целом локальное решение хорошо соответствует экспериментальным данным.

Выводы

1. Предложен универсальный алгоритм нахождения σ_{ref} (глобальное решение) трубопровода с поперечным дефектом сложной формы в рамках существующего критерия NSC. Численная процедура позволяет учитывать сложную форму дефекта при многофакторном нагружении (внутреннее давление, изгибающий момент, осевая сила).

2. Проведен схематический анализ процесса деформирования, на основе которого выделены два предельных случая: глобальный (критерий NSC) и локальный (симметричный дефект), реализуемых для очень длинного поверхностного дефекта и острой трещины соответственно. Первое решение также описывает поведение сквозных трещин.

3. Предложена универсальная процедура определения σ_{ref} (локальное решение – симметричный дефект).

4. Проведено сопоставление полученных с помощью предложенных процедур результатов с экспериментальными данными, которое показывает в целом хорошее соответствие как по предсказанию предельной нагрузки, так и по разделению областей “течи” и “разрушения”. Несколько худшее соответствие наблюдается для глубоких дефектов. Согласно глобальному решению получены большие значения разрушающей нагрузки, чем по локальному решению. Таким образом, установлена возможность реализации “течи перед разрушением” для труб с поверхностными поперечными дефектами, подобно тому как это было проведено для труб с продольными дефектами [4].

Резюме

Запропоновано числові процедури визначення довідкових напружень для трубопроводів із поперечними дефектами складної форми, які базуються на моделюванні глобального і локального граничного пластичного стану при навантаженні осьювою силою, внутрішнім тиском та моментом згину. Проведено аналіз отриманих за запропонованими процедурами результатів шляхом порівняння їх з експериментальними даними.

1. *Wilkowski G. Leak-before-break: what does it really mean // Trans. ASME. – 2000. – 122, No. 3. – P. 267 – 272.*
2. *Assessment of the Integrity of Structures Containing Defects: R/H/R6. Revision 4. – British Energy Generation. – 01.01.2001.*

3. Орыняк И. В., Агеев С. М. Моделирование предельного пластического состояния толстостенных труб с осевыми поверхностными дефектами // Пробл. машиностроения и надежности машин. – 2009. – № 4. – С. 115 – 123.
4. Orynyak I. V. Leak and break models of pressurized pipe with axial defects // Proc. Biennial Int. Pipeline Conf. – 2007. – P. 41 – 56.
5. Ranta-Maunus A. K. and Achenbach J. D. Stability of circumferential through cracks in ductile pipes // Nuclear Eng. Design. – 1980. – **60**. – P. 339 – 345.
6. Kanninen M. F., Zahoor A., Wilkowski G., et al. Instability Predictions for Circumferentially Cracked Type-304 Stainless Steel Pipes under Dynamic Loading. – EPRI NP-2347. – Volumes 1 and 2. – Palo Alto (CA): Electric Power Research Institute, 1982.
7. Schulze H. D., Toggler G., and Bodmann E. Fracture mechanics analysis on the initiation and propagation of circumferential and longitudinal cracks in straight pipes and pipe bends // Nuclear Eng. Design. – 1980. – **58**. – P. 19 – 31.
8. Kastner W., Roehrich E., Schmitt W., and Steinbuch R. Critical crack sizes in ductile piping // Int. J. Press. Vess. Piping. – 1981. – **9**. – P. 197 – 219.
9. Firmature R. and Rahman S. Elastic-plastic analysis of off-center cracks in cylindrical structures // Eng. Fract. Mech. – 2000. – **66**. – P. 15 – 39.
10. Shu H. The plastic limit load of circumferentially cracked thin-walled pipes under axial force, internal pressure and asymmetrical bending // Int. J. Press. Vess. Piping. – 2002. – **79**. – P. 377 – 382.
11. Sim R. G. Creep of Structures. – London: Cambridge University, 1968. – 20 p.
12. Ainsworth R. A. The assessment of defects in structures of strain hardening material // Eng. Fract. Mech. – 1984. – **19**. – P. 633 – 642.
13. Ходж Ф. Г. Расчет конструкций с учетом пластических деформаций. – М.: Машгиз, 1963. – 256 с.
14. Yun-Jae Kim and Do-Jun Shim. Relevance of plastic limit loads to reference stress approach for surface cracked cylinder problems // Int. J. Press. Vess. Piping. – 2005. – **82**. – P. 687 – 699.
15. Rahman S. and Wilkowski G. Net-section-collapse analysis of circumferentially cracked cylinders. Pt. I. Arbitrary-shaped cracks and generalized equations // Eng. Fract. Mech. – 1998. – **61**. – P. 191 – 211.
16. Orynyak I. V. Calculation of the ultimate plastic state of thick-walled pipe bend in the circumferential direction // Int. J. Press. Vess. Piping. – 1997. – **73**. – P. 229 – 239.
17. Recommended Practice for Fitness for Service: API RP 579. – American Petroleum Institute. – 2000. – 448 p.
18. Kiefner J. F., Maxey W. A., Eiber R. J., and Duffy A. R. Fracture stress levels of flaws in pressurized cylinders // Progress in Flaw Growth and Fracture Toughness Testing. – ASTM STP 536. – 1973. – P. 461 – 481.
19. Ивлев Д. Д. Теория идеальной пластичности. – М.: Наука, 1966. – 232 с.

20. *Görner F. and Munz D.* Leak-before-break diagrams using simple plastic limit load criteria for pipes with circumferential cracks // Proc. CSNI Specialist Meeting on Leak-Before-Break in Nuclear Reactor Piping (Monterey, CA, 1983). – NUREG/CP-0051.
21. *Hasegawa K., Sakata S., Shimizu T., and Shida S.* Prediction of fracture tolerances for stainless steel pipes with circumferential cracks // 4th ASME Pressure Vessels and Piping Conf. – Portland, 1983. – P. 65 – 78.
22. *Орыняк И. В.* Расчет давления вязкого разрушения трубы с осевой сквозной трещиной // Пробл. прочности. – 1993. – № 4. – С. 39 – 49.
23. *Miyazaki K., Kanno S., Ishiwata M., et al.* Fracture behavior of carbon steel pipe with local wall thinning subject to bending load // Nucl. Eng. Des. – 1999. – **191**. – P. 195 – 204.
24. *Yun-Jae Kim, Chang-Kyun Oh, Chi-Yong Park, and Kunio Hasegawa.* Net-section limit load approach for failure strength estimates of pipes with local wall thinning // Int. J. Press. Vess. Piping. – 2006. – **83**. – P. 546 – 555.
25. *Stadtmuller W. and Sturm D.* Leak-before-break behavior of austenitic and ferritic pipes containing circumferential defects // Nucl. Eng. Des. – 1997. – **174**. – P. 335 – 342.
26. *Orynyak I. V.* Engineering methods for stress intensity factor calculation and their practical application // Proc. 17th Eur. Conf. on Fracture, Ja. Pokluda and P. Lukas (Eds.). Multilevel Approach to Fracture of Materials, Component and Structures: Brno, 2008. – P. 1911 – 1923.
27. *Zahoor A.* Closed form expressions for fracture mechanics analysis of cracked pipes // J. Press. Vess. Tech. – 1985. – 107. – P. 203 – 205.

Поступила 22. 09. 2009