

Модель циклічної термоповзучості для тіл обертання

Д. В. Бреславський, Ю. М. Коритко, О. К. Морачковський

Національний технічний університет “Харківський політехнічний інститут”, Харків, Україна

Запропоновано новий метод розв'язку задач термоповзучості з урахуванням циклічної зміни зовнішніх силових і теплових полів. За допомогою методу асимптотичних розкладань й усереднення на періоді отримано основну і допоміжну системи рівнянь, запропоновано та перевірено рівняння стану циклічної термоповзучості. Проведено розрахункові дослідження повзучості циліндрів за циклічної зміни температури.

Ключові слова: циклічна термоповзучість, довготривала міцність, пошкоджуваність, циклічне навантаження, температура, тіла обертання.

Вступ. Одним із найбільш поширених класів елементів машинобудівних конструкцій є тіла обертання. Це – посудини і клапани високого тиску, трубопроводи, циліндри двигунів внутрішнього згоряння, ротори парових і газових турбін та ін. Оскільки такі конструктивні елементи працюють в умовах сумісної дії температурних і силових полів, проблема оцінки їхнього деформованого стану для забезпечення необхідного ресурсу є однією з важливих. Відомо, що рівень і періодичність зміни діючих навантажень та температури можуть суттєво впливати на процеси повзучості і час до руйнування [1–7].

У зв'язку з підвищеними вимогами до матеріалоемності, довговічності та надійності конструкцій на даний час отримано значні результати в області розрахунків на повзучість і довготривалу міцність матеріалів та конструкцій [1, 5–7]. Взаємодія між циклічністю навантажень і тепловими полями традиційно аналізується у конструкціях, виготовлених із полімерних матеріалів [8]. При цьому більша частина розрахункових досліджень довговічності і довготривалої міцності конструктивних елементів, виготовлених із металів та їх сплавів, проводиться тільки для випадку дії температурних полів, які не змінюються у часі. Винятком є роботи, що виконані під керівництвом академіка Г. С. Писаренка [6, 7, 9, 10], в яких запропоновано та верифіковано рівняння стану матеріалів при циклічному високотемпературному нагріванні, та експериментальні дослідження моделей високотемпературних конструктивних елементів (лопатки, поршні двигунів внутрішнього згоряння тощо).

Таким чином, створення методу розрахунку циклічної термоповзучості та пов'язаного з нею накопичення пошкоджуваності елементів конструкцій залишається актуальною задачею сучасної механіки. У роботах [11, 12] запропоновано нові рівняння стану для опису повзучості матеріалів при постійній температурі, швидкій та повільній зміні напружень. Разом із тим для практично важливого випадку циклічної зміни температур, за яких розвивається повзучість у матеріалі конструктивних елементів, до цього часу не було створено рівнянь стану, що є придатними в розрахунках при складному напруженому стані.

У даній роботі приведено математичну постановку задачі та запропоновано нові рівняння стану для опису циклічної термоповзучості металевих матеріалів і їх сплавів. Розрахунковий метод розроблено на основі методу двох масштабів часу і методу асимптотичних розкладань. Проведено верифікаційні дослідження шляхом зіставлення розрахункових даних циклічної повзучості зразків з експериментальними за різних температур та температурних циклів. Як метод розв'язання задачі використовується метод скінченних елементів (МСЕ) спільно з багатокроковими методами при інтегруванні у часі. Розроблений метод розв'язання задач циклічної термоповзучості застосовано до двовимірних задач. Як приклад наведено розв'язки задач циклічної термоповзучості циліндрів і отримано нові результати щодо розподілу компонент напруженого стану та часу закінчення перерозподілу напружень внаслідок повзучості.

Постановка задачі. Розглянемо закріплене на частині поверхні S_1 тіло об'ємом V , що навантажене поверхневими силами p_i на частині поверхні S_2 та об'ємними силами f_i . Зовнішні об'ємні сили будемо вважати незмінюваними у часі – $f = f(x)$, $x \in V$, а поверхневі сили у загальному випадку мають постійну та циклічно змінювану складові. Зазвичай їх представляють у вигляді ряду Фур'є:

$$p_i = p_i^0 + \Phi_i(t), \quad x \in S_2. \quad (1)$$

Введемо загальноприйняті позначення для вектора переміщень u , їх швидкостей \dot{u} , тензорів напружень ($\sigma_{ij} = \sigma_{ji}$) і деформацій ($e_{ij} = e_{ji}$), що є функціями координат x_i ($i=1, 2, 3$) та часу t . Тензор деформацій, що зумовлені температурним розширенням, позначимо e_{ij}^T . Незворотні деформації повзучості без урахування їх впливу на стисливість представимо тензором $c_{ij} = c_{ji}$.

Враховуючи сформульовані вище припущення і зміну температури у часі, отримаємо розв'язок нестационарної задачі теплопровідності; математичну постановку початково-крайової задачі повзучості тіла представимо системою рівнянь:

$$\begin{cases} \varepsilon_{ij} = e_{ij} + c_{ij} + e_{ij}^T; & \sigma_{ij,j} + f_i = \rho \frac{\partial^2 u_i}{\partial t^2}; \\ \varepsilon_{ij} = \frac{1}{2}(u_{i,j} + u_{j,i}), & x_i \in V; \\ \sigma_{ij} = D_{ijkl}(\varepsilon_{kl} - c_{kl} - e_{kl}^T); & \sigma_{ij} n_j = p_i^0 + \Phi_i(t), \quad x_i \in S_2; \end{cases} \quad (2)$$

$$u_i|_{S_1} = \bar{u}_i, \quad u_i(x, 0) = c_{ij}(x, 0) = 0; \quad e_{ij}^T = \alpha_{ij}(\varphi(T) - \varphi(T_0));$$

$$a^2 \Delta \varphi + Q = \dot{\varphi}; \quad a^2 = \frac{k}{c\rho}; \quad Q = \frac{F}{c\rho}; \quad \varphi(t)|_{S_3} = \bar{\varphi}(t),$$

де n – одинична зовнішня нормаль до границі тіла; $j = 1, 2, 3$; D_{ijkl} – тензор пружних властивостей матеріалу; \bar{u}_i – відомі значення переміщень точок поверхні S_1 , що не змінюються у часі; $\varphi = \varphi(T)$ – функція розподілу температури; α_{ij} – коефіцієнти теплового розширення; Q – функція щільності теплових джерел; k – коефіцієнт теплопровідності; c – коефіцієнт теплоємності матеріалу; ρ – масова щільність.

Рівняння стану, побудовані на базі рівнянь Бейлі–Нортон, Работнова–Качанова та експоненціальній залежності швидкості деформацій повзучості від температури [5], прийняті у такому вигляді:

$$\dot{c}_{ij} = \frac{3}{2} \frac{B(\sigma_i)^{n-1}}{(1-\omega)^l} S_{ij} \exp\left(-\frac{H}{R\varphi(T)}\right); \quad (3)$$

$$\dot{\omega} = \frac{D\sigma_e^m}{(1-\omega)^l}; \quad \omega(0) = \omega_0; \quad \omega(t_*) = 1, \quad (4)$$

де B, D, n, m, l – матеріальні сталі, визначені в заданому діапазоні температур за експериментальними кривими повзучості та довготривалої міцності матеріалу; R – універсальна газова константа; ω – параметр пошкоджуваності; H – енергія активації процесів повзучості у матеріалі.

Метод розв’язку. Припустимо, що зовнішні об’ємні сили у розглянутій постановці задачі не змінюються у часі – $f = f(x)$, $x \in V$, а поверхневі сили, що діють на тіло, мають постійну у часі $p_i^0 = p_i^0(x)$ та змінну впродовж циклу $\Phi_i(t)$ складові навантаження $p_i = p_i^0 + \Phi_i(t)$, $x \in S_2$.

Змінні циклічні складові поверхневих сил, що діють на S_2 , приймемо у вигляді суми

$$\Phi_i(t) = p_i^{\max} \Phi^1(t) + p_i^a \Phi^{(2)}(t), \quad (5)$$

відповідної до циклічного навантаження тіла, що змінюється за період часу T , й апроксимованої рядом Фур’є з коефіцієнтами a_k, b_k :

$$\Phi^1(t) = \sum_{k=1}^{\infty} \Phi_k = \sum_{k=1}^{\infty} A_k \sin(\Omega_k t + \beta_k); \quad (6)$$

$$\Phi_k(t) = a_k \cos\left(\frac{2\pi k}{T} t\right) + b_k \sin\left(\frac{2\pi k}{T} t\right) = A_k \sin(\Omega_k t + \beta_k);$$

$$A_k = \sqrt{a_k^2 + b_k^2}, \quad \Omega_k = \frac{2\pi k}{T}, \quad \beta_k = \arctg(a_k/b_k), \quad (7)$$

де p_i^{\max} – амплітуди відповідних компонент поверхневих навантажень.

Система (2) є істотно нелінійною. Це зумовлено тим, що компоненти тензора незворотних деформацій c_{ij} нелінійним чином пов’язані з компонентами тензора напружень.

Несумірність періодів основної та циклічної дії дозволяє записати для невідомих системи (2) асимптотичні розкладання за малим параметром μ у вигляді [13]

$$z = z^0(x, t) + \sum_{i=1}^{\infty} \mu^i z^i(x, t, \xi), \quad (8)$$

де під z будемо розуміти будь-яку невідому системи (2), а x, t і ξ – вважати формально незалежними змінними.

Оскільки z^i – періодична функція ξ , її середні за період значення дорівнюють нулю:

$$\langle z^i(x, t, \xi) \rangle = \int_0^1 z^i d\xi = 0. \quad (9)$$

Зазвичай для похідної за часом маємо

$$\frac{d}{dt} z^i = \frac{\partial}{\partial t} z^i + \frac{1}{\mu} \frac{\partial}{\partial \xi} z^i. \quad (10)$$

Далі обмежимося першим наближенням асимптотичних розкладань (8):

$$z \cong z^0(t) + \mu z^1(\xi). \quad (11)$$

Відмітимо, що у рівностях (11) функції при коефіцієнтах μ залежать не тільки від ξ , а й від просторових координат x .

За прийнятим асимптотичним наближенням з урахуванням (11) отримаємо

$$\begin{aligned} u_i &\cong u_i^0(t) + \mu u_i^1(\xi), & v_i &\cong v_i^0(t) + \mu v_i^1(\xi), \\ v_i^1 &= 1/\mu u_{i,\xi}^1, & v_{i,\xi}^1 &= 1/\mu^2 u_{i,\xi\xi}^1; \end{aligned} \quad (12)$$

$$\begin{aligned} \sigma_{ij} &\cong \sigma_{ij}^0(t) + \mu \sigma_{ij}^1(\xi), & \varepsilon_{ij} &\cong \varepsilon_{ij}^0 + \mu \varepsilon_{ij}^1, \\ \varepsilon_{ij}^0 &= \frac{1}{2}(u_{i,j}^0 + u_{j,i}^0), & \varepsilon_{ij}^1 &= \frac{1}{2}(u_{i,j}^1 + u_{j,i}^1). \end{aligned} \quad (13)$$

Підставимо розкладання (12), (13) у систему рівнянь (2). Одержані співвідношення розв'язуємо за допомогою процедури усереднення на періоді (9). Тоді для рівнянь рівноваги маємо

$$\langle \sigma_{ij,j}^0 \rangle + \langle \mu \sigma_{ij,j}^1 \rangle + \langle f_i^0 \rangle + \langle \mu f_i^1 \rangle = 0, \quad (14)$$

для фізичних співвідношень –

$$\langle \varepsilon_{ij}^0 \rangle + \langle \mu \varepsilon_{ij}^1 \rangle = \langle C_{ijkl} \sigma_{kl}^0 \rangle + \langle \mu C_{ijkl} \sigma_{kl}^1 \rangle + \langle c_{ij}^0 \rangle + \langle \mu c_{ij}^1 \rangle \quad (15)$$

та ін. Середні значення коефіцієнтів, що відповідають основному руху, дорівнюють цим величинам, $\langle z^i \rangle = 0$ згідно з (9).

Асимптотичні розкладання та усереднення на періоді дозволяють розділити вихідну систему (2) на дві: першу отримуємо зі співвідношень, що залишаються після усереднення, вона описує процеси, які відбуваються у повільному основному русі:

$$\begin{cases} \sigma_{ij,j}^0 + f_i^0 = 0, & x_i \in V; \\ \sigma_{ij}^0 n_j = p_i^0, & x_i \in S_2; \\ \varepsilon_{ij}^0 = C_{ijkl} \sigma_{kl}^0 + c_{ij}^0, & \varepsilon_{ij}^0 = \frac{1}{2}(u_{i,j}^0 + u_{j,i}^0), & x_i \in V; \\ u_i^0|_{S_1} = \bar{u}_i, & u_i^0(x_i, 0) = 0, & c_{ij}^0 = 0. \end{cases} \quad (16)$$

Тут всі невідомі є функціями, що повільно змінюються у масштабі часу t . Силами інерції нехтуємо у зв'язку з повільним характером зміни зовнішніх навантажень.

Другу систему, що описує рух у масштабі “швидкого” часу, одержуємо, віднімаючи з (2) систему (16):

$$\begin{cases} \sigma_{ij,j}^1 = \frac{\rho}{\mu^2} \frac{\partial^2 u_i^1}{\partial \xi^2}, & x_i \in V; \\ \sigma_{ij}^1 n_j = \frac{1}{\mu} (p_i^{\max} \Phi^1(t)), & x_i \in S_2; \\ \varepsilon_{ij}^1 = \frac{1}{2}(u_{i,j}^1 + u_{j,i}^1) = C_{ijkl} \sigma_{kl}^1, & x_i \in V; \\ u_i^1|_{S_1} = 0; & u_i^1(x, 0) = 0; & c_{ij}^1 = 0; & 0 < \xi < 1. \end{cases} \quad (17)$$

При малих частотах руху системи в (17) можна знехтувати силами інерції.

Системи (16) і (17), що описують рух у масштабі “повільного” та “швидкого” часу, не є незалежними. Вони зв'язані рівнянням стану [12]. У випадку, що розглядається, це рівняння циклічної термоповзучості.

Рівняння стану. Для розрахунків повзучості і пошкоджуваності при складному напруженому стані використаємо рівняння стану циклічної повзучості конструкційних матеріалів [10–12].

Розглядається комбіноване циклічне навантаження $\sigma = \sigma^0 + \sigma^1$ при одночасній дії постійного напруження σ^0 , напруження σ^1 , що змінюється з циклічною частотою $f_1 = 1/T$ за період робочого циклу T ($f_1 \ll 1$ Гц). Представимо напруження σ^1 періодичним рядом Фур'є, і закон циклічної зміни напруження для комбінованого навантаження запишемо у такому вигляді:

$$\sigma = \sigma^0 + \sigma^1 = \sigma^0 \left(1 + \sum_{k=1}^{\infty} M_k \sin\left(\frac{2\pi k}{T} t + \beta_k\right) \right), \quad (18)$$

де $M_k = \sigma^{ak} / \sigma^0$ – коефіцієнти амплітуд у процесі циклічної повзучості; $\sigma^0 \neq 0$; β_k – величина фази.

Швидкість деформації повзучості може змінюватись внаслідок зміни у часі як напружень, так і температури. Функцію температури також представимо рядом Фур'є, введемо параметр асиметрії циклу зміни температур $M_l^T = \varphi^{al} / \varphi^0$ – відношення амплітудної складової температури до її мінімального значення на періоді теплосміни. Тоді закон циклічної зміни температури буде мати вигляд:

$$\varphi = \varphi^0 + \varphi^1 = \varphi^0 \left(1 + \sum_{l=1}^{\infty} M_l^T \sin\left(\frac{2\pi l}{T_\varphi} t + \beta_l^T\right) \right). \quad (19)$$

Повзучість вирізаного з металевого матеріалу зразка будемо вивчати у рамках загальних кінетичних залежностей теорії структурних параметрів, запропонованих Ю. М. Работновим. Конкретизуємо рівняння стану повзучості при простому напруженому стані, приймаючи для закону повзучості з пошкоджуваністю формулювання типу Бейлі–Нортон і Работнова–Качанова та найбільш поширену експоненціальну форму температурної залежності [6]:

$$\dot{c} = B \frac{(\sigma)^n}{(1-\omega)^k} \exp\left(\frac{-H}{R\varphi}\right); \quad \dot{\omega} = D \frac{(\sigma)^r}{(1-\omega)^l} \exp\left(\frac{-H}{R\varphi}\right); \quad (20)$$

$$\omega(0) = \omega_0; \quad \omega(t_*) = \omega_*,$$

де $c(t)$, $\omega(t)$ – незворотні деформації повзучості і параметр пошкоджуваності відповідно; r , k – матеріальні сталі, що визначені за експериментальними кривими повзучості та довготривалої міцності матеріалу; ω_* – значення параметра пошкоджуваності в момент закінчення прихованого руйнування t_* .

Несумірність періодів основної та циклічної дії комбінованого навантаження дозволяє для опису процесів циклічної повзучості й пов'язаної з нею пошкоджуваності використати методику асимптотичних розкладань й усереднення на періоді.

По-перше, розглядаємо деформування за постійної температури. Прийmemo, що загальна тривалість процесу повзучості t_* перевищує величину періоду T циклічної складової напруження σ , і введемо в розгляд малий параметр $\mu = T/t_* \ll 1$ і два масштаби часу: t – для основного процесу повзучості циклічного навантаження; $\xi = t/T$ – для робочого циклу, що змінюється за період дії напруження, $0 \leq \xi \leq 1$.

Асимптотичний розв'язок будемо шукати у вигляді розкладання за малим параметром:

$$c \cong c^0(t) + \mu c^1(\xi); \quad (21)$$

$$\omega \cong \omega^0(t) + \mu \omega^1(\xi), \quad (22)$$

де $c^0(t)$, $\omega^0(t)$, $c^1(\xi)$, $\omega^1(\xi)$ – функції, що відповідають основному процесу повзучості й пошкоджуваності в масштабі часу, що повільно змінюється, і періодично повторюваному процесу в масштабі часу ξ .

Оскільки повзучість і пошкоджуваність внаслідок повзучості залежать лише від часу, що змінюється повільно, після усереднення на періоді часу ξ з урахуванням

$$\langle c^1(\xi) \rangle = \int_0^1 c^1(\xi) d\xi \cong 0, \quad \langle \omega^1(\xi) \rangle = \int_0^1 \omega^1(\xi) d\xi \cong 0 \quad (23)$$

в розкладаннях (21), (22) вдається позбутися цього часу.

Використовуючи для рівнянь (20) асимптотичні розкладання і співвідношення (21), (22), після усереднення на періоді робочого циклу T при циклічному напруженні отримаємо [12]

$$\dot{c} = Bg_n \frac{(\sigma^0)^n}{(1-\omega)^k}, \quad g_n = \int_0^1 \left(1 + \sum_{k=1}^{\infty} M_k \sin(2\pi k\xi) \right)^n d\xi; \quad (24)$$

$$\dot{\omega} = Dg_r \frac{(\sigma^0)^r}{(1-\omega)^l}, \quad \omega(0) = \omega_0, \quad \omega(t_*) = \omega_*, \quad (25)$$

$$g_r = \int_0^1 \left(1 + \sum_{k=1}^{\infty} M_k \sin(2\pi k\xi) \right)^r d\xi,$$

де g_n , g_r – функції коефіцієнтів амплітуди циклічного навантаження.

Рівняння (24) і (25) приймаємо як рівняння стану циклічної повзучості при дії статичної складової та складової напруження, що повільно змінюється: $\sigma = \sigma^0 + \sigma^1$.

Якщо температура зразка є змінною у часі, то аналогічно раніше викладеній методиці отримаємо рівняння стану для випадку циклічної зміни температури:

$$\dot{c} = Bg_n^T \frac{(\sigma^0)^n}{(1-\omega)^k}, \quad g_n^T = \int_0^1 \exp \left\{ -Q \left[\varphi^0 \left(1 + \sum_{l=1}^{\infty} M_l^T \sin(2\pi l\xi) \right) \right]^{-1} \right\} d\xi; \quad (26)$$

$$\dot{\omega} = Dg_r^T \frac{(\sigma^0)^r}{(1-\omega)^l}, \quad g_r^T = \int_0^1 \exp \left\{ -Q \left[\varphi^0 \left(1 + \sum_{l=1}^{\infty} M_l^T \sin(2\pi l \xi) \right) \right]^{-1} \right\} d\xi, \quad (27)$$

$$\omega(0) = \omega_0, \quad \omega(t_*) = \omega_*,$$

де g_n^T, g_r^T – функції коефіцієнтів амплітуди циклічного нагрівання–охолодження.

Розглянемо більш складний процес сумісної циклічної дії температури та навантажень. Після застосування до рівнянь циклічної повзучості (24), (25) процедури асимптотичних розкладань та усереднення на періоді температурного циклу отримаємо нові рівняння циклічної термоповзучості:

$$\dot{c} = Bg_n g_n^T \frac{(\sigma)^n}{(1-\omega)^k}; \quad \dot{\omega} = Dg_r g_r^T \frac{(\sigma)^r}{(1-\omega)^l}, \quad \omega(0) = \omega_0, \quad \omega(t_*) = \omega_*. \quad (28)$$

Запропоновані рівняння стану циклічної термоповзучості з полігармонійним навантаженням у межах циклу (28) враховують вплив на деформації повзучості і параметр пошкоженості коефіцієнтів амплітудних напружень, що відповідають полігармонійному навантаженню в межах циклу, та циклічної зміни температури. Отримані рівняння стану дозволяють математично описати нелінійне деформування матеріалу при сумісній дії статичних і циклічних складових навантаження та температури.

Рівняння стану (28) узагальнено на випадок складного напруженого стану, виходячи з традиційного для теорії повзучості постулату відповідності співвідношень між величинами напружень і швидкостей деформацій при простому напруженому стані й еквівалентних напружень – при складному. Для циклічної і динамічної повзучості прийняття інтенсивностей напружень Мізеса як еквівалентних напружень підтверджується при складному напруженому стані експериментальними даними, наведеними в роботі [14] та ін. Разом із тим у кінетичних рівняннях для параметра пошкоженості, що відповідають кривим довготривалої міцності, використовуються еквівалентні напруження, які відповідають критерію довготривалої міцності типу Писаренка–Лебедева:

$$\dot{c} = Bg_n g_n^T \frac{3(\sigma_i)^{n-1}}{2(1-\omega)^k} S_{ij}; \quad (29)$$

$$\dot{\omega} = Dg_r g_r^T \frac{(\sigma_{eq})^r}{(1-\omega)^l}, \quad \omega(0) = \omega_0, \quad \omega(t_*) = 1; \quad (30)$$

$$\sigma_i = \sqrt{\frac{2}{3} S_{ij} S_{ij}}, \quad \sigma_{eq} = \alpha \sigma_1 + (1-\alpha) \sigma_i,$$

де σ_i – інтенсивність напружень; σ_{eq} – еквівалентне напруження; σ_1, S_{ij} – максимальне нормальне напруження та компоненти девіатора тензора напружень σ_{ij} ; α – параметр чутливості матеріалу до виду руйнування (крихке – $\alpha = 1$, в’язке – $\alpha = 0$ і змішане – $0 < \alpha < 1$).

Для визначення імовірності запропонованих рівнянь стану циклічної повзучості та пов’язаного з нею накопичення пошкоджуваності проведено апробацію рівнянь (28) на експериментальних даних, отриманих різними авторами. Досліджено поведінку сплавів АМг6, N 155, S 321, титану RC-130-A, Інконелю X, титану RS50 та інших у робочому діапазоні температур із різним рівнем напружень при постійному і змінному навантаженні та теплозімінах.

Як приклад розглянемо відомі результати експериментів [15], які порівнювались із даними, отриманими за допомогою запропонованих рівнянь стану. На рис. 1 наведено криві статичної і циклічної повзучості зразків зі сталі марки 321 та результати аналізу довготривалої міцності досліджуваної сталі при циклічно змінюваній температурі. Крива 2 отримана при температурі, яка періодично змінюється за трапецієподібним циклом від 293 до 1003 К; період циклу – 2 години, час витримки за максимальної температури циклу – 1,5 години.

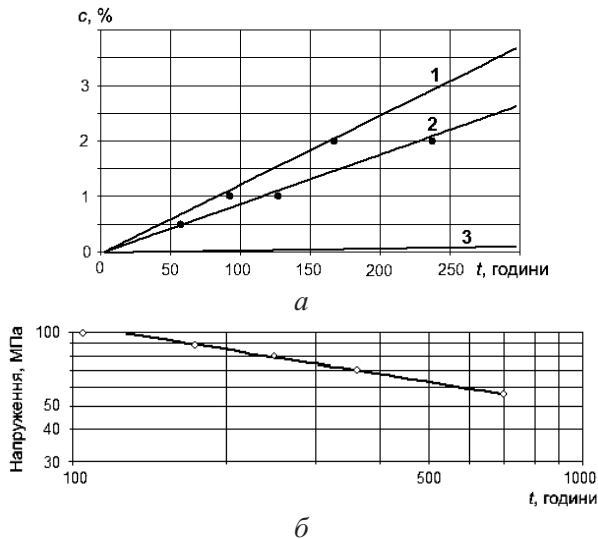


Рис. 1. Криві статичної (1, 3) і циклічної (2) повзучості (а) та крива довготривалої міцності (б): 1 – $T = 1003$ К; 3 – $T = 923$ К. (Точки – експериментальні дані.)

Отримано цілком задовільний збіг розрахункових даних з експериментальними.

Експериментальна перевірка отриманих рівнянь виявила досить високий ступінь їхньої адекватності, що дозволяє рекомендувати ці рівняння для використання при аналізі довготривалої міцності елементів машинобудівних конструкцій. Максимальна похибка при опису кривих циклічної повзучості та довготривалої міцності дорівнює 5...10%.

Циклічна термоповзучість циліндра. При моделюванні процесів повзучості і накопичення пошкоджуваності при циклічній зміні температури та зовнішніх навантажень скористаємося скінченноелементними алгоритмами для крайової задачі разом із різницеєвими при розв’язанні початкової. Для розра-

хунків використаємо елемент у вигляді тіла обертання з трикутним перерізом. Програмні засоби описано в роботах [13, 16].

Наведемо результати розв'язку задачі циклічної термоповзучості довгої циліндричної товстостінної труби, внутрішній радіус якої 0,07 м, а зовнішній – 0,1 м. Трубу виготовлено з вуглецевої сталі, фізико-механічні властивості якої в температурному діапазоні 573...773 К такі: $E = (1,7 \dots 1,9) \cdot 10^5$ МПа; $\nu = 0,3$; $\alpha = (1,3 \dots 1,4) \cdot 10^{-5}$ К⁻¹. Константи для закону повзучості типу (29) визначено за даними класичних експериментів Тапселла [17]: $B = 4,27 \cdot 10^{-18}$ МПа⁻ⁿ/с; $n = 6,42$; $Q = 9,8 \cdot 10^3$ К; $A = 3,3 \cdot 10^5$. Використано рівномірну скінченноелементну сітку з 2000 скінченних елементів і 1111 вузлів.

Розглянемо спочатку повзучість цього циліндра при циклічній зміні рівномірно розподіленої по циліндру температури. Припустимо, що температура труби циклічно змінюється за прямокутним циклом із періодом 12 хв. Під час першої половини циклу (6 хв) циліндр рівномірно розігрітий до температури 773 К, під час другої він знаходиться в однорідному температурному полі 573 К. Окрім того, вважаємо, що нагрівання та охолодження циліндра відбуваються миттєво. Труба знаходиться під дією внутрішнього тиску 20 МПа.

За отриманими результатами встановлено, що час закінчення процесу перерозподілу напружень складає 600 годин. Для постійної температури 573 К він складає 25 тис. годин, для температури 773 К – 300 годин. Відмітимо дуже значне (більш ніж у 40 разів) скорочення часу перерозподілу напружень у задачі циклічної повзучості порівняно зі статичною при температурі 573 К та сповільнення повзучості у два рази порівняно з повзучістю при $T = 773$ К. Характер розподілу напружень у цій задачі виявляється якісно ідентичним такому у задачі статичної повзучості циліндра під дією внутрішнього тиску (напр., [6]).

Проведений аналіз показує суттєвий вплив циклічної зміни температури в циліндрі під дією внутрішнього тиску на час закінчення процесу перерозподілу напружень внаслідок повзучості. За циклічної зміни температури у випадку миттєвого нагрівання характер перерозподілу напружень не змінюється, але значно змінюється час їх перерозподілу.

Розглянемо циклічну термоповзучість циліндра з вуглецевої сталі при нерівномірно розподіленій температурі за його перерізом. Припустимо, що температура газового потоку у середині труби циклічно змінюється з періодом 12 хв. Протягом перших 6 хв вона становить 753 К, протягом другої половини циклу – 613 К. Температура навколишнього середовища на її зовнішній поверхні залишається постійною і становить 613 К. Циліндр знаходиться під дією внутрішнього тиску 5 МПа.

Проаналізуємо температурний режим у трубі. Для цього необхідно отримати розв'язок конвективної нестационарної задачі теплопровідності. У результаті числового розв'язку знайдено розподіл температури за радіусом циліндра для різних моментів часу. Отриманий розв'язок задачі показує, що температура безперервно змінюється в межах розглянутого циклу. Це свідчить про безперервну зміну напруженого стану. На рис. 2 наведено графіки зміни температури у часі для точок внутрішнього і зовнішнього радіуса циліндра.

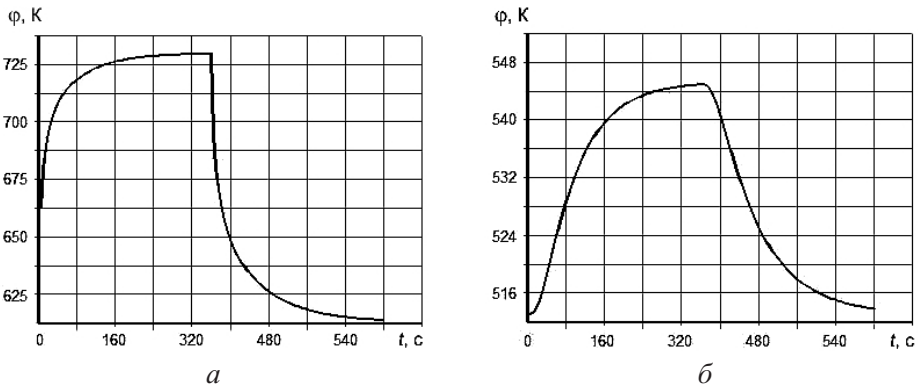


Рис. 2. Циклічна зміна температури у часі для точок внутрішнього (а) і зовнішнього (б) радіуса.

Результати розв’язку нестационарної задачі конвективного теплообміну прийняті як вихідні дані для розв’язання послідовності задач термопружності. Використовувались розподіли температури по циліндру в різні моменти часу (30, 60, 90, 120 с і т.д. із кроком 30 с).

Далі для кожної точки дискретизації за допомогою інтерполяційної процедури отримано цикли зміни кожного компонента тензора напружень і інтенсивності напружень. Рис. 3 ілюструє циклічну зміну інтенсивності напружень у залежності від часу.

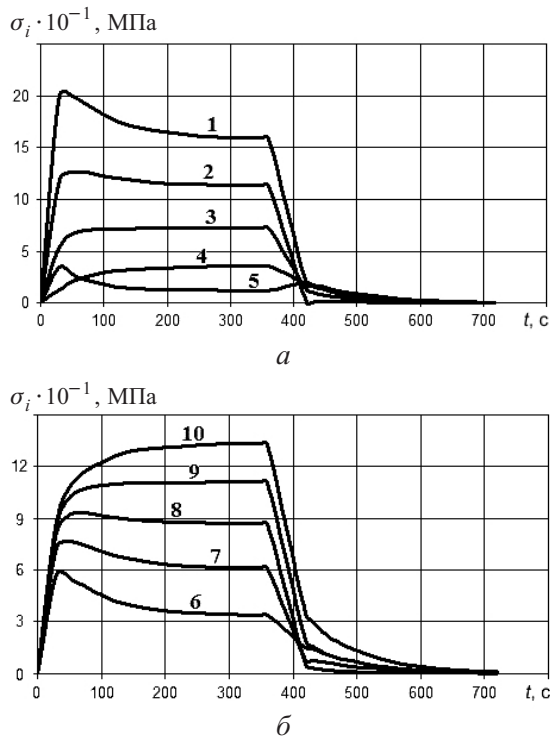


Рис. 3. Залежності зміни інтенсивності напружень у межах циклу: 1–5 – відповідають точкам, координати яких змінюються від внутрішнього радіуса до середини циліндра; 6–10 – від середини циліндра до його зовнішньої поверхні з кроком 3 мм.

Залежності температури та напружень від часу в різних точках радіуса, що отримані у роботі, були використані для установлення функцій асиметрії циклів напружень і температури. Проведені розрахунки з використанням отриманих функцій показують, що циклічна зміна температури призводить до значної зміни часу закінчення процесу перерозподілу напружень: від 80 годин у задачі при постійній дії нерівномірного за радіусом температурного поля до 30 годин у задачі повзучості при циклічній зміні температури. На рис. 4 наведено графіки розподілу окружної та радіальної компонент напружень у момент часу 30 годин.

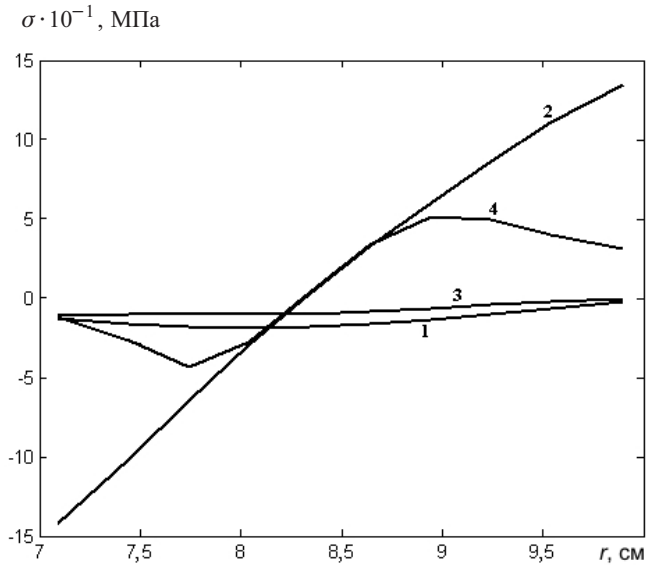


Рис. 4. Розподіл радіальної (1, 3) та окружної (2, 4) компонент напружень: 1, 2 – $t = 0$; 3, 4 – $t = 30$ годин.

Як видно, має місце суттєва зміна характеру перерозподілу напружень, що пояснюється меншою швидкістю деформації повзучості в середніх областях циліндра.

Розглянемо результати розв'язку цієї ж задачі в спрощеній постановці: у розрахунках приймається, що нагрівання відбувається миттєво по прямокутному циклу зміни температури, що відповідає прямокутному циклу зміни напружень. Розподіл температури за радіусом приймаємо відповідно до розподілу, властивого основній температурі циклу.

Отримані результати несуттєво відрізняються від наведених на рис. 4. Час закінчення процесу перерозподілу напружень складає 30...40 годин. Це свідчить про те, що врахування поступового нагрівання й охолодження у циклі не змінює істотно характер процесу перерозподілу напружень при повзучості та принципово не впливає на час його закінчення.

Із метою оцінки внеску функції $g_2(\varphi)$ в отримане рішення було проведено інший розрахунок. Залежністю констант повзучості даної сталі від температури в розглянутому діапазоні 643...723 К у розрахунках нехтували, а використовували їхні значення, отримані для середньої температури 683 К.

Результати цього розрахунку також не показали принципового впливу температурної залежності сталих у законі повзучості типу (29) на характер перерозподілу компонент напружень і час закінчення процесу їхнього перерозподілу. Тільки в областях циліндра поблизу зовнішніх поверхонь мали місце невеликі розбіжності з уточненим рішенням.

Висновки. Установлено, що циклічна зміна температури призводить до значної зміни часу закінчення процесу перерозподілу напружень внаслідок повзучості і характеру релаксації компонент напруженого стану. Однак ця значна зміна зумовлена в першу чергу циклічною зміною напружень, що виникають у результаті нерівномірного нагрівання циліндра за радіусом. Врахування поступового нагрівання та охолодження в циклі не призводить до істотної зміни характеру перерозподілу напружень і часу закінчення процесу внаслідок повзучості. Залежність констант повзучості досліджуваної сталі від температури також не вносить істотних змін у результати розрахунку. Можливо, у даній задачі це зумовлено середнім розкидом (80 К) температур у циклі і по радіусу циліндра. Однак більший розкид температур по радіусу спричинятиме виникнення значних термічних напружень у циліндрі, що призведе до його швидкого руйнування, можливо, навіть миттєвого.

Запропонована методика уточненого розрахунку є універсальною і може бути використана при розв'язку інших задач із заміною функцій асиметрії температур і напружень такими, що описують конкретне циклічне деформування.

Особливості розподілу компонент напруженого стану саме при циклічній термоповзучості та значне прискорення процесу перерозподілу напружень можуть суттєво впливати на оцінку довготривалої міцності елементів машинобудівних конструкцій, тому їх необхідно враховувати у подальших розрахунках.

Резюме

Предложен новый метод решения задач термоползучести с учетом циклического изменения внешних силовых и тепловых полей. С помощью метода асимптотических разложений и осреднения на периоде получены основная и вспомогательная системы уравнений, предложены и проверены уравнения состояния циклической термоползучести. Проведены расчетные исследования ползучести цилиндров при циклическом изменении температуры.

1. Троценко В. Т., Лебедев А. А., Стрижало В. А. и др. Механическое поведение материалов при различных видах нагружения. – Киев: Логос, 2000. – 571 с.
2. Кривенюк В. В., Околот Г. А., Усков Е. И. Методологические аспекты прогнозирования ползучести жаропрочных сталей и сплавов. Сообщ. 2. Прогнозирование в широких интервалах температур и длительностей нагружения // Пробл. прочности. – 2007. – № 4. – С. 50 – 61.
3. Бородій М. В. Розрахунок довговічності матеріалів при нерегулярному непропорційному навантаженні // Там же. – 2007. – № 5. – С. 141 – 150.

4. Шукаев С. Н., Панасовский К. В., Гладский М. Н. Оценка долговечности металлических сплавов при непропорциональном малоцикловом нагружении // Там же. – № 4. – С. 31 – 39.
5. Lemaitre J. and Chaboche J.-L. Mechanics of Solid Materials. – Cambridge: University Press, 1994. – 556 p.
6. Писаренко Г. С., Можаровский Н. С. Уравнения и краевые задачи теории пластичности и ползучести. – Киев: Наук. думка, 1981. – 493 с.
7. Писаренко Г. С., Можаровский Н. С., Антипов Е. А. Пластичность и прочность материалов при нестационарных нагружениях. – Киев: Наук. думка, 1984. – 216 с.
8. Карнаухов В. Г., Сенченков И. К., Гуменюк Б. П. Термомеханическое поведение вязкоупругих тел при гармоническом нагружении. – Киев: Наук. думка, 1985. – 288 с.
9. Третьяченко Г. Н., Карпинос Б. С. Прочность и долговечность материалов при циклических тепловых воздействиях. – Киев: Наук. думка, 1990. – 256 с.
10. Третьяченко Г. Н., Карпинос Б. С., Барило В. Г. Разрушение материалов при циклических нагревах. – Киев: Наук. думка, 1993. – 288 с.
11. Бреславский Д. В., Морачковский О. К., Уварова О. А. Метод асимптотических разложений в задачах мало- и многоциклового ползучести материалов // Вісн. Нац. техн. ун-ту “ХПІ”. – 2004. – № 19. – С. 149 – 152.
12. Бреславский Д. В., Морачковский О. К., Татарина О. А. Высокотемпературная ползучесть и длительная прочность элементов конструкций при циклическом нагружении // Пробл. прочности. – 2008. – № 5. – С. 45 – 53.
13. Морачковский О. К. О нелинейных задачах ползучести тел при воздействии быстро осциллирующего поля // Прикл. механика. – 1992. – 28, № 8. – С. 17 – 23.
14. Тайра С., Отани Р. Теория высокотемпературной прочности материалов. – М.: Металлургия, 1986. – 280 с.
15. Гварниери Г. Характеристики длительной прочности листовых материалов при циклических нагрузках и температурах: Сб. ст. под ред. Л. Б. Гецова и М. Г. Таубиной “Жаропрочные сплавы при изменяющихся температурах и напряжениях”. – 1960. – С. 65 – 110.
16. Бреславский Д. В., Коритко Ю. Н., Лисак П. Н. Программные средства для конечноэлементного моделирования двумерных задач теории ползучести // Вісн. Нац. техн. ун-ту “ХПІ”. – 2007. – № 38. – С. 24 – 29.
17. Салли А. Ползучесть металлов и жаропрочные сплавы. – М.: Гособоронпром, 1953. – 291 с.

Поступила 10. 09. 2009