

Конкретизация параметров модели накопления рассеянных повреждений для описания деформирования стали 20

В. Н. Кучер

Институт проблем прочности им. Г. С. Писаренко НАН Украины, Киев, Украина

Представлен метод конкретизации параметров модели накопления рассеянных повреждений стали 20 при статическом деформировании, определяемых по изменению модуля упругости и степени гомогенности материала, в соответствие которой ставится рассеивание характеристик твердости при массовых измерениях на разных этапах повторно-статического нагружения.

Ключевые слова: модель рассеянных повреждений, деградация механических свойств, параметр поврежденности, дефект модуля упругости, твердость материала, величина рассеивания характеристик твердости, параметр гомогенности в распределении Вейбулла, жесткость напряженного состояния.

Введение. При упругопластическом деформировании конструкционных материалов возникают и развиваются рассеянные повреждения различной физической природы. Под повреждением понимают микротрещины, образования микропустот, растрескивание материала по границе зерен, расщепления в результате концентрации напряжений и другие не изученные изменения структуры, приводящие к изменению механических характеристик материала. В условиях естественного старения или вследствие температурно-силового воздействия плотность повреждений и их размеры, как правило, увеличиваются, появляются поры и трещины, которые, развиваясь, приводят к полной деградации материала и разрушению.

Для предупреждения опасных состояний проектируемых и эксплуатируемых элементов конструкций разработаны разные методы оценки деградации структуры материала. В качестве меры поврежденности принимают плотность наблюдаемых под микроскопом микротрещин, величину внутреннего трения, дефект модуля упругости, различие между модулями Юнга при растяжении и сжатии, степень помутнения для прозрачных материалов, электросопротивление и др. Для количественного определения характеристик повреждаемости используют различные средства физического анализа. Например, оптическую и электронную микроскопию, кино- и фотосъемку, аппаратуру для исследования акустической эмиссии, рассеивания рентгеновских лучей при малых углах падения, приборы гидростатического взвешивания и т.п. [1–3]. Однако достаточно эффективного и общепризнанного подхода по определению рассеянных повреждений материалов до настоящего времени не разработано.

Основными недостатками большинства методик исследования являются: необходимость изготовления специальных образцов для испытаний; недостаточная разрешающая способность измерительной аппаратуры и существенная зависимость определяемых величин от способа индикации.

Более перспективными следует считать подходы неразрушающего контроля, которые позволяют определить поврежденность среды непосредственно в процессе эксплуатации элементов конструкций. К ним относится и метод ЛМ-твёрдости, разработанный в Институте проблем прочности им. Г. С. Писаренко НАН Украины [4, 5]. В [4] отмечается, что более информативными при оценке состояния структуры материала являются не абсолютные значения определяемых механических характеристик, а некоторые производные от них величины. Например, рассеивание результатов при массовых измерениях параметров твёрдости. В качестве характеристики поврежденности материала предложено использовать коэффициент гомогенности в распределении Вейбулла или коэффициент вариации, которые отображают степень рассеяния характеристик твёрдости. Эффективность такого подхода проиллюстрирована при исследовании закономерностей деформирования ряда сталей (Ст. 3, 35, 15Х2СФА, 15ХГСФР, 20ХНЗА, 17Г1С, 17ГС и др.), в том числе после наработки разной длительности.

Существующие математические модели для описания процессов накопления повреждений и оценки несущей способности деградируемых структур условно можно разделить на две группы. К первой группе относятся микромеханические модели повреждения, которые учитывают локальные повреждения частиц, меньших одного микрометра в диаметре, и используются в физике прочности микрочастиц [6, 7]. Модели такого типа применяются для оценки реакции материала при низких плотностях пустот в объемах фракций [6], при описании процесса шейкообразования [7], а также при расчете критических параметров трещин в теории трещиностойкости [8].

Ко второй группе относятся модели механики континуума повреждений [9–12] (феноменологические модели), в том числе учитывающие разрыхление материала.

Для моделей, учитывающих изменение объема в процессе деформирования, поврежденность оценивается величиной деформационного разрыхления материала. При этом, как правило, предполагают, что составные деформации разрыхления в направлении главных осей в первом приближении зависят от соответствующих компонент тензора деформации [9].

В других феноменологических моделях степень поврежденности наиболее часто связывают с одной или комплексом механических характеристик, которые изменяются во времени либо с ростом деформации. При этом параметр поврежденности выражают в скалярной, векторной или тензорной форме. Основоположником этого направления следует считать Л. М. Качанова [13], который ввел понятие сплошности материала при прогнозировании одномерного деформирования стержневых элементов. Ю. Н. Работнов понятие поврежденности использовал при описании процессов ползучести в материалах [14]. А. А. Ильюшин предложил выражения для тензора повреждений, который должен рассматриваться как функционал истории деформаций или напряжений [15].

В дальнейшем идеи Л. М. Качанова использовались для описания развития повреждений в хрупких [16] и пластичных [17] материалах. В 90 гг. XX столетия многие исследователи с помощью моделей континуума повреждений оценивали упругопластические процессы [18–20]. При этом предпола-

галось, что неупругое деформирование материалов описывается двумя независимыми величинами: функцией поврежденности и пластической деформацией. Такое предположение потребовало использования двух независимых поверхностей нагружения и двух потенциальных функций.

Можно отметить также работы [21, 22], которые учитывают слабое взаимодействие между процессами пластичности и поврежденности.

Понятие поврежденности все чаще используется при описании статической и циклической ползучести материалов, анализе мало- и многоцикло-вой усталости, решении краевых задач теорий пластичности, теплопроводности, диффузии и оценке остаточного ресурса действующего оборудования.

Целью настоящей работы является исследование закономерностей деформирования и накопления повреждений в стали 20 при повторно-статическом нагружении, а также определение всех параметров модели, описывающей накопление рассеянных повреждений в данном материале с использованием нового параметра поврежденности. В качестве такого параметра предложена величина, учитывающая разброс характеристик твердости при массовых ее измерениях.

Анализ закономерностей деформирования и поврежденности стали 20 при повторно-статическом нагружении. Как уже отмечалось [23, 24], механическое поведение стали 20 характеризуется существенной нелинейностью между компонентами тензоров напряжений и деформаций, что обусловлено процессами неупругого деформирования и развитием повреждений в материале. Это проявляется в изменении таких параметров, как модуль упругой разгрузки, коэффициент поперечной деформации, величина изменения деформируемого объема, плотность материала в процессе деформирования.

В работе принята гипотеза об изотропных свойствах стали 20, которая подтверждается многочисленными экспериментальными исследованиями.

Усредненная диаграмма деформирования стали 20 и некоторые траектории разгрузки и повторного нагружения растяжением приведены на рис. 1. За начальную точку пластической деформации σ_0 принят предел текучести σ_T . Тогда $\sigma_0 = \sigma_T = 346$ МПа, начальный модуль $E_0 = 197$ ГПа, $\varepsilon_0 = 0,00175$.

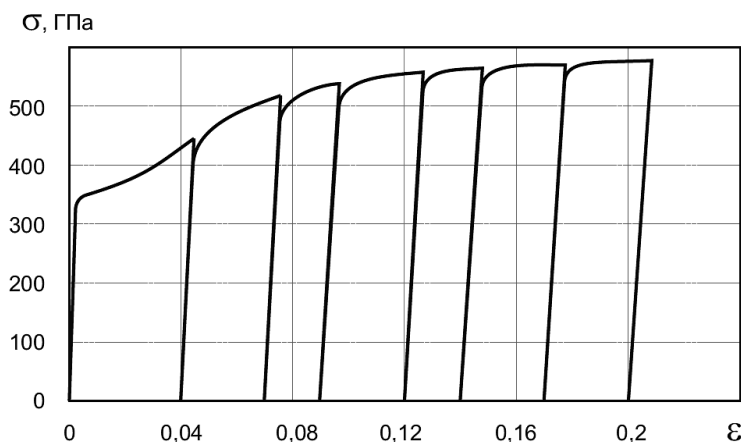


Рис. 1. Диаграмма деформирования стали 20 при повторно-статическом нагружении растяжением.

Характер изменения модуля упругости E при повторно-статическом нагружении растяжением в зависимости от неупругой деформации ε^{ie} иллюстрирует рис. 2. Как видно, величина модуля упругости E заметно уменьшается при увеличении неупругой деформации ε^{ie} . Например, перед разрушением имеем $E = 172$ ГПа, что соответствует уменьшению начального модуля E_0 почти на 12,7%.

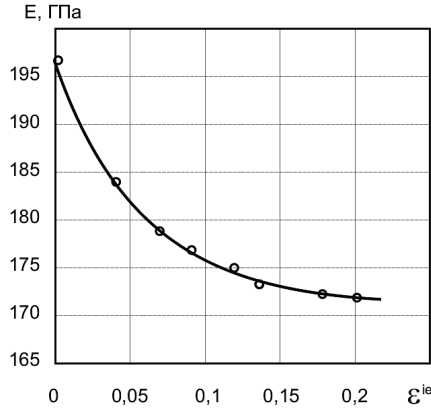


Рис. 2. Изменение текущего значения модуля упругости E при повторно-статическом нагружении растяжением в зависимости от ε^{ie} .

Существенно изменяется в процессе деформирования и величина коэффициента поперечной деформации μ (рис. 3). В упругой области при растяжении получим $\mu = 0,24$. При переходе в пластическую область величина μ монотонно увеличивается до 0,45, после чего уменьшается в окрестности точки разрушения до 0,36.

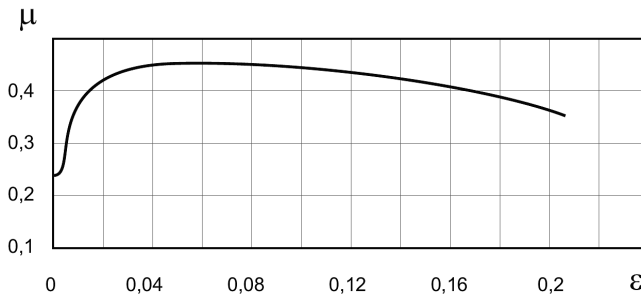


Рис. 3. Изменение коэффициента поперечной деформации при монотонном растяжении.

На основании изменения коэффициента поперечной деформации можно определить изменение деформируемого объема и плотности материала [23]. В частности, если перейти к логарифмической мере деформации, то при растяжении сплошного цилиндрического образца, когда $\varepsilon = \ln(l/l_0)$, получим

$$\frac{V}{V_0} = \frac{ld^2}{l_0d_0^2} = e^{(1-2\mu)\varepsilon}, \quad (1)$$

где μ – коэффициент поперечной деформации, $\mu = \varepsilon'/\varepsilon$; ε' – деформация в ортогональном направлении к оси образца, $\varepsilon' = \ln(d/d_0)$; V_0 и V – исходный и текущий объемы деформируемого материала; l_0 и d_0 – начальные значения длины и диаметра испытуемого образца; l и d – значения этих же параметров в текущий момент времени.

С помощью соотношения (1) и данных об изменении коэффициента μ в процессе деформирования легко вычислить изменение объема и плотности материала.

В ходе испытаний при повторно-статическом нагружении в момент разгрузки образцов [23, 24] определяли также твердость материала. Значения твердости H оценивали по 25 измерениям согласно методике Виккерса [25]. Как показали исследования, твердость слабочувствительна к изменению структуры. Однако степень ее рассеивания существенно зависит от таких трансформаций. В качестве параметра рассеивания оказалось удобно использовать параметр гомогенности m в распределении Вейбулла [26].

Вследствие статистической природы механических свойств материала определяемая величина H является случайной при массовых измерениях и характеризуется распределением Вейбулла. Тогда получим

$$P(H) = 1 - e^{-(H-k)^m}, \quad (2)$$

где $P(H)$ – вероятность появления величины H ; k , m – параметры распределения.

Коэффициент гомогенности m , характеризующий степень рассеивания характеристик твердости, определяли по формуле Гумбеля [27]:

$$m = 0,4343 d_n \left[\frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n (\lg H_i - \lg \bar{H})^2 \right]^{1/2}, \quad (3)$$

где H_i – значение твердости по i -му измерению; \bar{H} – среднее значение твердости; n – количество измерений при растяжении и сжатии; d_n – параметр, который зависит от количества измерений. При $n = 25$ автор использовал $d_{25} = 1,0915$.

Изменение коэффициента гомогенности m в зависимости от величины неупругой деформации ε^{ie} в момент разгрузки образца показано на рис. 4.

Для вычисления поврежденности материала предложены различные соотношения, в том числе зависящие от его механических характеристик [2, 4, 6, 12, 13, 20]. Основной их недостаток состоит в трудности точного определения суммарной площади дефектов и, как следствие, погрешности при вычислении величины эффективного напряжения. Наиболее обоснованное соотношение для вычисления данного параметра предложено в работах [12, 22]. При этом за величину повреждаемости материала принимается соотношение

$$D_E = 1 - \sqrt{E/E_0}. \quad (4)$$

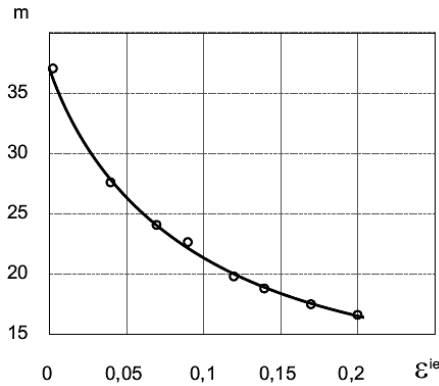


Рис. 4. Зависимость параметра гомогенности от величины неупругой деформации стали 20.

По аналогии с (4) введем понятие параметра изменения гомогенности D_m , который определим по соотношению

$$D_m = 1 - \sqrt{\frac{m}{m_0}},$$

где m_0 – начальное значение коэффициента гомогенности.

Определяя величину параметра m в процессе деформирования, легко построить зависимость параметра D_m от величины неупругой деформации ε^{ie} (рис. 5). Количественные значения параметров D_E , D_m для фиксированных значений ε^{ie} приведены в таблице.

Функции D_E и D_m при фиксированных значениях неупругой деформации

Функции	ε^{ie} , равное							
	0,02	0,04	0,07	0,09	0,12	0,14	0,17	0,20
D_E	0,021	0,030	0,049	0,061	0,059	0,065	0,065	0,066
D_m	0,076	0,130	0,185	0,240	0,270	0,284	0,305	0,321

Прежде всего отметим существенную нелинейную зависимость параметров D_E и D_m от величины неупругой деформации. В общем случае поврежденность материала начинается при некотором пороговом значении неупругой деформации. Однако экспериментально определить его достаточно трудно. Вычисленное пороговое значение, как правило, значительно зависит от выбора аппроксимирующей функции. Без особой погрешности можно полагать, что экспериментальное и вычисленное значения одинаковы для функций D_E и D_m . Для их аппроксимации, в частности, могут быть использованы разложения в виде экспоненциальных функций [28]. Если при этом ограничиться одной экспонентой, то эти зависимости примут вид

$$D_E = \alpha_1 [1 - \beta_1 \exp(-\delta_1 \varepsilon^{ie})]; \quad D_m = \alpha_2 [1 - \beta_2 \exp(-\delta_2 \varepsilon^{ie})], \quad (5)$$

где $\alpha_i, \beta_i, \delta_i$ – характеристики материала. Зная значение одного параметра и величину ε^{ie} , легко вычислить значение другого. При сложных представлениях этих функций можно ввести функцию подобия $\varphi(\varepsilon^{ie})$ такую, что $D_E = \varphi(\varepsilon^{ie})D_m$.

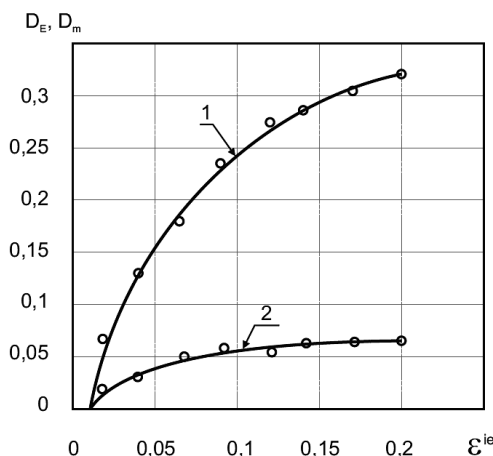


Рис. 5. Изменение функций повреждаемости D_m (1) и D_E (2) в зависимости от величины неупругой деформации ε^{ie} стали 20.

Преимущество методики, в основу которой положено изменение параметра гомогенности D_m , заключается в проведении более простых опытов для определения механических характеристик материала действующего оборудования или после наработки без изготовления специальных образцов [23].

Основные гипотезы и определяющие уравнения модели рассеянных повреждений. Используем теорию пластичности с изотропным упрочнением, которая базируется на поврежденности материала [17, 18, 29], при следующих исходных положениях

1. Предполагается, что материал изотропен, трещины и поры равномерно распределены по всем направлениям в среде. В таком случае поврежденность описывается скалярной величиной D .

2. Вводится понятие тензора эффективного напряжения $\tilde{\sigma}$, который определяется соотношением

$$\tilde{\sigma} = \frac{\sigma}{1 - D}, \tag{6}$$

где σ – обычный тензор Коши; $D = D_E$ – функция поврежденности. Далее для удобства изложения индекс E опускаем. Принимается также, что поврежденность изменяет напряженное состояние только через эффективное напряжение.

3. Относительное изменение объема мало и является упругой деформацией, пропорциональной гидростатическому давлению:

$$\varepsilon_{kk} = K \frac{\sigma_{kk}}{1 - D} \quad \text{или} \quad d\varepsilon_{kk} = K \frac{d\sigma_{kk}}{1 - D}. \tag{7}$$

Здесь и далее по повторяющимся индексам предполагается суммирование; K – объемный модуль.

4. Приращение составляющих полной деформации $d\varepsilon_{ij}$ состоит из приращений составляющих упругой $d\varepsilon_{ij}^e$ и неупругой $d\varepsilon_{ij}^{ie}$ деформаций:

$$d\varepsilon_{ij} = d\varepsilon_{ij}^e + d\varepsilon_{ij}^{ie}, \quad i, j = 1, 2, 3. \quad (8)$$

5. Приращения компонент упругой деформации $d\varepsilon_{ij}^e$ связаны с приращениями компонент тензора напряжения $d\sigma_{ij}$ соотношением

$$d\varepsilon_{ij}^e = \frac{1 + \nu_0}{E_0} \frac{d\sigma_{ij}}{1 - D} - \frac{\nu_0}{E_0} \frac{d\sigma_{kk}}{1 - D} \delta_{ij}, \quad (9)$$

где ν_0 – коэффициент Пуассона; δ_{ij} – символ Кронекера.

6. Предполагается, что существует общая диссипативная функция f пластических сред с повреждениями, которая представляется в виде суммы диссипативного пластического потенциала f_p и потенциала функции поврежденности f_D , т.е. $f = f_p + f_D$.

7. Приращения компонент неупругой деформации $d\varepsilon_{ij}^{ie}$ связаны с потенциалом f следующим соотношением:

$$d\varepsilon_{ij}^{ie} = d\lambda \frac{\partial f}{\partial \sigma_{ij}} = d\lambda \tilde{s}_{ij} = \frac{3}{2} \frac{d\varepsilon_i^{ie}}{\sigma_{eq}} s_{ij}, \quad (10)$$

где $d\lambda$ – бесконечно малый скалярный множитель, который зависит от величины приращения работы неупругой деформации; \tilde{s}_{ij} – компоненты девиатора напряжений; σ_{eq} – эквивалентное напряжение; $d\varepsilon_i^{ie}$ – приращение интенсивности неупругих деформаций.

8. Ассоциированный закон, который описывает накопление повреждений [17], определяется соотношением

$$\dot{D} = \frac{\partial f_D}{\partial (-y)}, \quad (11)$$

где $(-y)$ – скорость высвобождения энергии деформации поврежденного материала; $f_D = f_D(y, \dot{p})$ – потенциал функции поврежденности, зависящий от величины y и скорости накопленной неупругой деформации \dot{p} . За величину p может быть принят параметр Одквиста $p = \int \sqrt{2d\varepsilon_{ij}^{ie} d\varepsilon_{ij}^{ie}}$, представляющий собой длину дуги неупругой деформации. Точка над выражением обозначает дифференцирование по времени.

Если дополнить уравнения (6)–(11) известными соотношениями Коши и соответствующими граничными условиями, то получим замкнутую систему разрешающих уравнений теории. Чтобы воспользоваться таким подходом для

численного решения задач механики материалов с повреждениями, необходимо, исходя из опытов, кроме механических характеристик материала определить вид и параметры функции поврежденности D , эволюционного соотношения (11), а также зависимость интенсивности эффективных напряжений $\tilde{\sigma}_i$ от интенсивности неупругих деформаций ε_i^{ie} .

Конкретизация разрешающих соотношений модели рассеянных повреждений. Как уже отмечалось выше, начальное механическое поведение стали 20 в упругой области при комнатной температуре в рамках изотропной модели характеризуют модуль упругости E_0 и коэффициент Пуассона ν_0 . В нашем случае имеем $\nu_0 = 0,24$.

Зависимость параметра поврежденности D_E от величины неупругой деформации ε^{ie} для одномерного случая определяется первым соотношением (5), где $\alpha_1 = 0,068$; $\beta_1 = 1$; $\delta_1 = 16,55$. Соответствие функции поврежденности D_E (сплошная линия) экспериментальным данным (точки) иллюстрирует рис. 2. Коэффициент корреляции при этом равен 0,99988.

Для конкретизации ассоциированного закона накопления повреждений (11) в [2, 17] предложено использовать потенциал диссипации f_D в виде произведения степенной функции по y и линейной по \dot{p} . Такой подход в нашем случае приводит к плохой аппроксимации экспериментальных данных.

Кроме того, необходимо отметить, что явное определение функции f_D путем интегрирования соотношения (11) возможно только для частных представлений выражения \dot{D} .

В данной работе предполагается неявное использование диссипативной функции в результате конкретизации функции скорости диссипации \dot{D} .

Учитывая, что в одномерном случае при монотонном нагружении

$$-y = \frac{\tilde{\sigma}^2}{2E_0} \quad (12)$$

($\tilde{\sigma}$ – эффективное напряжение, определяемое соотношением (6)), выражение для \dot{D} можно записать в виде

$$\dot{D} = \phi(-y)\dot{p} = \phi(\tilde{\sigma}/(2E_0))\dot{p}, \quad (13)$$

где $\phi(\tilde{\sigma}/(2E_0))$ – неизвестная функция, подлежащая определению исходя из экспериментальных данных.

С другой стороны, дифференцируя соотношения (5) и сравнивая полученный результат с (13), получаем

$$\alpha_1\beta_1\delta_1 \exp(-\delta_1\varepsilon^{ie}) = \phi(\tilde{\sigma}/(2E_0)). \quad (14)$$

Вид функции ϕ и ее параметры вычислим по результатам опытов на простое растяжение и соответствующих экспериментов, определяющих функ-

цию поврежденности D . Выбирая на истинной кривой деформирования ряд точек с координатами σ_j и ε_j , легко определить параметры $\tilde{\sigma}_j/(2E_0)$ и $z_j = \alpha_1 \beta_1 \delta_1 \exp(-\delta_1 \varepsilon^{ie})$. После выбора вида функции $\phi(-y)$ на основании полученных соотношений с помощью метода наименьших квадратов определим ее параметры.

В нашем случае имеем

$$\phi(-y) = a + by^c, \tag{15}$$

где $a = 1,076$; $b = -1,084$; $c = 1,356$.

Эффективность такой аппроксимации показана на рис. 6. Как видно, наблюдается достаточно хорошее соответствие между расчетными и экспериментальными данными для всего исследуемого диапазона неупругих деформаций.

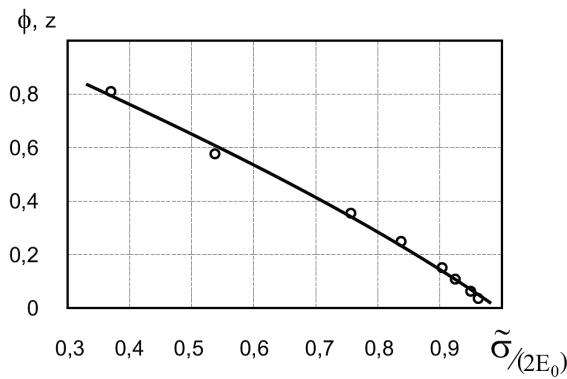


Рис. 6. Изменение функции ϕ и параметра z в зависимости от величины $\tilde{\sigma}/(2E_0)$. (Сплошная линия – по значениям функции (15), точки – величины z_j , вычисленные на основании результатов опыта.)

Отметим, что для аппроксимации скорости изменения накопления повреждений \dot{D} могут быть использованы и более сложные функции, чем (15) [30]. Например, полиномы n -й степени или сплайн-функции. Предложенная методика позволяет определять параметры ассоциированного закона (11) с достаточно высокой точностью с помощью диаграммы деформирования и выбранной функции поврежденности.

В данном случае соотношение (15) позволяет вычислить также потенциал диссипации f_D с использованием представления (11):

$$f_D = ay + \frac{b}{c+1} y^{c+1}. \tag{16}$$

Однако при более сложных аппроксимациях $\phi(-y)$ диссипативная функция не может быть записана в аналитическом виде.

Прежде чем обобщить ассоциированный закон (13) на трехмерный случай, уточним понятие эквивалентных напряжений для поврежденного материала.

По аналогии с эквивалентным напряжением Мизеса в теории пластичности [15, 26] в теории рассеянных повреждений вводится понятие эквивалентного напряжения поврежденного материала [2, 17]:

$$\sigma^* = \sigma_{eq} \left[\frac{2}{3}(1 + \nu_0) + \frac{1}{3}(1 - 2\nu_0) \left(\frac{\sigma_{kk}}{\sigma_{eq}} \right)^2 \right]^{1/2}. \quad (17)$$

Его можно считать критерием повреждения аналогично величине σ_{eq} , представляющей критерий текучести в теории пластичности [2, 15, 17, 22]. Тогда величина $\tilde{\sigma}^* = \sigma^*/(1 - D)$ представляет эффективное эквивалентное напряжение поврежденного материала.

Необходимо отметить, что σ^* в (17) равно эквивалентному напряжению Мизеса σ_{eq} , умноженному на функцию влияния вида напряженного состояния, что позволяет учитывать трехосность напряженного состояния. Как показывают исследования [2, 23, 31, 32], величина σ_{kk}/σ_{eq} оказывает существенное влияние на напряженное состояние материала и процессы развития повреждений.

Скорость высвобождения энергии деформации поврежденного материала в случае трехмерного напряженного состояния определяется соотношением

$$-y = \frac{\sigma_{eq}^2}{2E_0(1 - D)^2} \left[\frac{2}{3}(1 + \nu_0) + \frac{1}{3}(1 - 2\nu_0) \left(\frac{\sigma_{kk}}{\sigma_{eq}} \right)^2 \right]. \quad (18)$$

Чтобы получить ассоциированный закон накопления повреждений в трехмерном случае, достаточно подставить выражение (18) в соотношения (16) и (11):

$$\dot{D} = \left\{ a + \frac{b\sigma_{eq}^{2c}}{[2E_0(1 - D)^2]^c} \left[\frac{2}{3}(1 + \nu_0) + \frac{1}{3}(1 - 2\nu_0) \left(\frac{\sigma_{kk}}{\sigma_{eq}} \right)^2 \right]^c \right\} \dot{p}. \quad (19)$$

Для завершения конкретизации разрешающих уравнений поврежденного материала уточним зависимости эквивалентных напряжений σ_{eq} от неупругих деформаций ε^{ie} . Для аппроксимации σ_{eq}/σ_0 от величины $\varepsilon^{ie}/\varepsilon_0$ воспользуемся дробно-рациональной функцией вида

$y(x) = \frac{c_1 c_2 + c_3 x^{c_4}}{c_2 + x^{c_4}}$. Тогда

$c_1 = 0,846$; $c_2 = 1053,189$; $c_3 = 1,6299$; $c_4 = 2,1601$. Точность аппроксимации истинной диаграммы деформирования иллюстрирует рис. 7. Как видно, учет поврежденности материала приводит к искажению диаграммы деформирования стали 20.

Представленная модель механического поведения материалов, учитывающая наличие и рост повреждений при пластическом течении, описывает существенную нелинейную зависимость повреждений от деформации. Она

учитывает влияние трехосного напряженного состояния на рост и накопление повреждений. Однако ее применение ограничено гипотезой изотропного повреждения и гипотезой о постоянном отношении σ_{kk}/σ_{eq} , учитывающей трехосное напряженное состояние, в процессе деформирования.

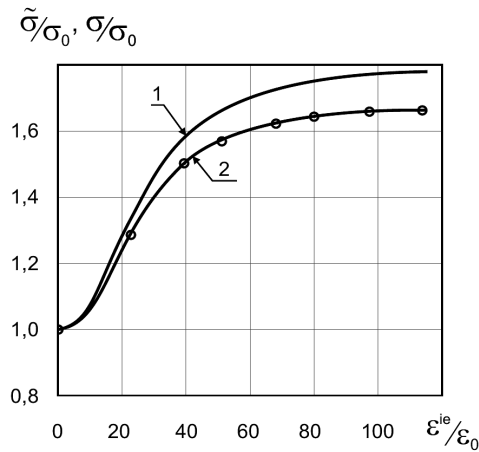


Рис. 7. Экспериментальные (точки) и расчетные (линия) зависимости эффективной (1), учитывающей поврежденность материала, и истинной (2) диаграмм деформирования от величины неупругой деформации.

Предлагаемая методика конкретизации определяющих соотношений не претерпевает существенных изменений при более точной аппроксимации функции поврежденности D , определяемой выражениями типа (5), когда привлекается не одна, а несколько экспонент.

Уравнения теории рассеянных повреждений могут быть использованы для расчета процессов деформирования, роста повреждений и пластического разрушения конструкций на основе пошаговых методов расчета. Среди таких методов, в частности, можно отметить метод конечных элементов с использованием дифференциальной модели роста повреждений совместно с уравнениями пластического течения.

Выводы

1. Изучены закономерности деформирования и поврежденности стали 20 при повторно-переменном статическом растяжении и сжатии. Определены количественные соотношения, описывающие изменение модуля упругости, коэффициента поперечной деформации, накопленной пластической деформации, диаграмм повторного деформирования, плотности и рассеивания характеристик твердости материала в процессе деформирования.

2. Развита феноменологическая модель накопления повреждений в металлических материалах на основании рассеивания характеристик твердости. Получены корреляционные соотношения между функциями повреждаемости, зависящими от текущего модуля упругости и параметра гомогенности. Определены области применимости предлагаемой математической модели, описывающей процессы деформирования и накопления повреждений в материалах.

3. Исходя из положений континуальной механики повреждений разработана методика конкретизации определяющих соотношений, описывающих процессы деформирования и разрушения материалов на основе рассеивания характеристик твердости.

4. Применительно к стали 20 показана эффективность метода при конкретизации диаграмм упругопластического деформирования, параметров функции поврежденности и ассоциированного закона накопления повреждений, которые являются определяющими соотношениями при создании вычислительных комплексов для расчета процессов деформирования и разрушения материалов в рамках модели рассеянных повреждений.

Резюме

Представлено метод конкретизації параметрів моделі накопичення розсіяних пошкоджень сталі 20 при статичному деформуванні, що визначаються за зміною модуля пружності і ступеня гомогенності матеріалу, у відповідність до якого ставиться розсіяння характеристик твердості при масових вимірюваннях на різних етапах повторно-статичного навантаження.

1. *Экспериментальная механика*. Кн. 2 / Под ред. А. Кабаяси: Пер. с англ. В. Н. Ушакова. – М.: Мир, 1990. – 552 с.
2. *Lemaitre J. Damage Mechanics*. – Paris: The Bath Press, 1990. – 556 p.
3. *Barbero E., Greco F., and Lonetti P. Continuum damage-healing mechanics with application to soft-healing composites // Int. J. Damage Mech.* – 2005. – **14**, No. 1. – P. 51 – 81.
4. *Лебедев А. А., Музыка Н. Р., Волчек Н. Л.* Определение поврежденности конструкционных материалов по параметрам рассеивания характеристик твердости // Пробл. прочности. – 2002. – № 4. – С. 5 – 12.
5. *Патент № 52107А, МК17 G 01 №3/40.* Україна. Спосіб оцінки деградації матеріалу внаслідок накопичення пошкоджень в процесі напрацювання, “LM-метод твердості” / А. О. Лебедев, М. Р. Музыка, Н. Л. Волчек. – Оpubл. 15.01.2003. – Бюл. № 1.
6. *Gurson A. L. Continuum theory ductile rupture by void nucleation and growth. Pt. I: Yield criteria and flow rules for porous ductile media // J. Eng. Mater. Techn.* – 1977. – **99**, No. 1. – P. 2 – 15.
7. *Needelman A. and Tvergaard V. An analysis of ductile rupture in notched bars // J. Mech. Phys. Solids.* – 1984. – **32**, No. 6. – P. 461 – 490.
8. *Троценко В. Т., Красовский А. Я., Покровский В. В. и др.* Сопротивление материалов деформированию и разрушению. Справочное пособие. Ч. 2. – Киев: Наук. думка, 1994. – 701 с.
9. *Леонов М. Я., Русинко К. И.* О механизме деформаций полухрупкого тела // Пластичность и хрупкость. – Фрунзе: Илим, 1967. – С. 86 – 102.
10. *Rousselier G. Ductile fracture models and their potential in local approach of fracture // Nuclear Eng. Design.* – 1987. – **105**, No. 1. – P. 97 – 111.

11. *Hansen N. R. and Schreyer H. L.* A thermodynamically consistent framework for theories elastoplasticity coupled with damage // *Int. J. Solids Struct.* – 1994. – **31**, No. 3. – P. 359 – 389.
12. *Бобир М. І., Грабовський А. П., Халімон О. П. та ін.* Кінетика розсіяного руйнування металевих конструкційних матеріалів при пружно-пластичному деформуванні // *Пробл. прочности.* – 2007. – № 3. – С. 23 – 34.
13. *Качанов Л. М.* О времени разрушения в условиях ползучести // *Изв. АН СССР. Отд.-ние техн. наук.* – 1958. – № 8. – С. 25 – 35.
14. *Работнов Ю. Н.* Ползучесть элементов конструкций. – М.: Наука, 1966. – 752 с.
15. *Ильюшин А. А.* Механика сплошной среды. – М.: Изд-во МГУ, 1990. – 310 с.
16. *Krajcinovic D. and Foneska G. U.* The continuum damage theory for brittle materials // *J. Appl. Mech.* – 1981. – **48**. – P. 809 – 815.
17. *Леметр Ж.* Континуальная теория повреждения, используемая для расчета разрушения пластичных материалов // *Теорет. основы инж. расчетов.* – 1985. – **108**, № 1. – С. 90 – 98.
18. *Bonora N., Gentile D., Pirondi A., and Golam N.* Ductile damage evolution under triaxial state of stress: theory and experiments // *Int. J. Plasticity.* – 2005. – **21**, No. 5. – P. 981 – 1007.
19. *Lubarda V. A. and Krajcinovic D.* Some fundamental issues in rate theory of damage-elastoplasticity // *Ibid.* – 1995. – **11**, No. 7. – P. 763 – 797.
20. *Voyiadjis G. Z. and Park T.* Kinematics description of damage for finite strain plasticity // *Int. J. Eng. Sci.* – 1999. – **37**, No. 7. – P. 803 – 830.
21. *Chow C. L. and Wang J.* An anisotropic theory of continuum damage mechanics for ductile fracture // *Eng. Fract. Mech.* – 1987. – **27**, No. 5. – P. 547 – 558.
22. *Voyiadjis G. and Abou Al-Rub R. K.* On the coupling of anisotropic damage and plasticity models for ductile materials // *Int. J. Solids Struct.* – 2003. – **40**, No. 11. – P. 2611 – 2643.
23. *Лебедев А. А., Чаусов Н. Г.* Новые методы оценки деградации механических свойств металла конструкций в процессе наработки. – Киев, 2004. – 133 с.
24. *Лебедев А. А., Швец В. П.* Оценка поврежденности конструкционных сталей по параметрам рассеяния характеристик твердости материалов в нагруженном и разгруженном состояниях // *Пробл. прочности.* – 2008. – № 3. – С. 29 – 37.
25. *ГОСТ 2999-75.* Металлы и сплавы. Метод измерения твердости по Виккерсу. – М.: Изд-во стандартов, 1975. – 75 с.
26. *Weibull W.* A statistical theory of the strength of materials // *Proc. Ray. Swed. Inst. Eng. Res.* – 1939. – No. 151. – P. 1 – 45.
27. *Gumbel E. J.* *Statistical Theory of Extreme Values and Some Practical Application.* – Washington: National Bureau of Standards, 1954. – 472 p.

28. *Кристенсен Р.* Введение в теорию вязкоупругости. – М.: Мир, 1974. – 340 с.
29. *Бобир М. І., Масло О. М.* Узагальнена феноменологічна модель пошкоджуваності при складному навантаженні // Вісник НТУУ “КПІ”. – 2003. – № 4. – С. 26 – 29.
30. *Дьяконов В. П.* MATLAB 6/6.1/6.5 + Simulink 4/5 в математике и моделировании. Полное руководство пользователя. – М.: СОЛОН, 2003. – 576 с.
31. *Rice J. and Tracey D.* On ductile enlargement of voids in triaxial stress fields // J. Mech. Phys. Solids. – 1969. – **17**. – P. 201 – 217.
32. *Лебедев А. А., Михалевич В. М.* О выборе инвариантов напряженного состояния при решении задач механики // Пробл. прочности. – 2003. – № 3. – С. 5 – 33.

Поступила 10. 09. 2009