

Исследование геометрии траекторий деформации в анизотропных преградах при ударном нагружении

М. Н. Кривошеина, М. А. Козлова

Институт физики прочности и материаловедения СО РАН, Томск, Россия

Рассмотрены траектории деформации, возникающие в анизотропной алюминиевой преграде при ее ударном нагружении. Расчеты выполнены в трехмерной постановке методом конечных элементов. Показана связь изломов траекторий деформации в различных точках преграды с волновой картиной деформирования.

Ключевые слова: упругопластический процесс, траектории деформации, анизотропия, ударное нагружение.

Введение. В работе исследуется деформация начально анизотропных поликристаллических материалов, приобретающих анизотропию в процессе технологических операций, таких как волочение, ковка, прокатка, прессование и др., связанных с производством полуфабрикатов. На примере трансформного алюминиевого сплава Д16Т рассмотрено упругопластическое деформирование алюминиевой преграды при ударном нагружении стальным изотропным ударником.

При моделировании процессов динамического нагружения материалов для описания пластического деформирования традиционно используется теория течения, одним из условий применения которой является нормальность вектора приращения пластической деформации к поверхности нагружения. Из работ [1, 2] известно, что при сложном нагружении анизотропных металлов и сплавов происходит отставание по направлению вектора деформации от вектора напряжений при повороте последнего. Согласно экспериментальным данным [1], для анизотропных алюминиевых сплавов при нагружении по двух- и трехзвенным траекториям в пространстве напряжений при деформации по траекториям малой кривизны установлено: мгновенное значение угла между вектором напряжений и касательной к траектории деформации равно углу между указанным вектором напряжений и траекторией деформации в случае простого нагружения, т.е. при моделировании упругопластического деформирования анизотропных сред с помощью теории течения необходимо выполнение условия нахождения процесса деформации в рамках процессов малой кривизны (кроме случаев простого нагружения). При невыполнении этого условия происходит отклонение от нормали к поверхности нагружения вектора приращения пластической деформации в течение некоторого пути деформирования. Экспериментально показано, что после точки излома траектории деформации наблюдается временное понижение функции интенсивности напряжений на 8...10%, и в пределах пути деформирования, равного для алюминиевых сплавов 0,01, она выходит на кривую упрочнения. Независимость классификации процессов нагружения от времени позволяет

применять эту теорию к моделированию как статического, так и динамического нагружения среды. Типичными процессами малой кривизны являются процессы пластического формоизменения со сколь угодно сильным упрочнением металлов и сплавов при их обработке давлением [3].

Цель работы заключается в определении видов траекторий деформаций, возникающих в преграде из анизотропного материала, для определения границ применимости теории течения при моделировании упругопластического деформирования анизотропных преград.

Упругопластическое деформирование ортотропных материалов. Система уравнений, описывающая нестационарные адиабатные движения сжимаемой анизотропной среды, включает в себя [4]:

уравнение неразрывности

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \operatorname{div} \rho \bar{v} = 0, \quad (1)$$

уравнения движения сплошной среды

$$\rho \frac{dv^k}{dt} = \frac{\partial \sigma^{ki}}{\partial x_i} + F^k, \quad (2)$$

уравнение энергии

$$\frac{dE}{dt} = \frac{1}{\rho} \sigma^{ij} e_{ij}. \quad (3)$$

Здесь ρ – плотность среды; \bar{v} – вектор скорости; F^k – компоненты вектора массовых сил; σ_{ij} – контравариантные компоненты симметричного тензора напряжений; E – удельная внутренняя энергия;

$$e_{ij} = \frac{1}{2} (\nabla_i v_j + \nabla_j v_i), \quad (4)$$

где e_{ij} – компоненты симметричного тензора скоростей деформаций; v_i – компоненты вектора скорости, $i, j = 1, 2, 3$.

Введем следующие допущения: полная деформация может быть представлена в виде суммы упругой и пластической деформаций; упругая деформация определяется с помощью обобщенного закона Гука; пластическое течение материала не зависит от гидростатического давления (такое предположение возможно для материалов с невысокой степенью анизотропии); характеристики упругих свойств не изменяются при пластических деформациях.

Упругое поведение материала описывается обобщенным законом Гука:

$$\frac{d\sigma_{ij}}{dt} = C_{ijkl} e_{kl}, \quad (5)$$

где C_{ijkl} – компоненты тензора упругих постоянных.

Примем ассоциированный закон течения в виде

$$d\varepsilon_{ij}^p = d\lambda \frac{\partial f}{\partial \sigma_{ij}},$$

параметр $d\lambda = 0$ при упругой деформации, при пластической он всегда положителен и определяется с помощью условия пластичности; $d\varepsilon_{ij}^p$ – компоненты приращения пластической деформации; f – функция пластичности.

Для рассмотрения процесса нагружения используется введенное Ильюшиным векторное представление процесса нагружения. Гидростатическое давление определяется как шаровая часть тензора напряжений.

В работе [5] сформулировано условие текучести ортотропных материалов. Данное условие пластичности при варьировании константы ($0 \leq \eta \leq 1$) модифицируется в условие пластичности Мизеса–Хилла (при $\eta = 1$) либо в условие Треска (при $\eta = 0$), обобщенное на анизотропные материалы. В расчетах полагали $\eta = 1$.

Поскольку при принятых допущениях шести компонентам тензора напряжений могут соответствовать среднее гидростатическое напряжение и шесть компонент девiatorа напряжений, из которых независимых только пять, для ортотропных материалов, одинаково сопротивляющихся растяжению и сжатию, в пятимерном пространстве напряжений условие пластичности [5] с учетом изотропного упрочнения имеет вид

$$F(S_i, R) = \left[\eta \sqrt{\left(\frac{S_1^2}{r_1^2} + \frac{S_2^2}{r_2^2} \right)} + (1 - \eta)(C_1 S_1 + C_2 S_2) \right]^2 + \frac{S_3^2}{r_3^2} + \frac{S_4^2}{r_4^2} + \frac{S_5^2}{r_5^2} - R^2 = 0,$$

где S_i – компоненты девiatorов напряжений в пятимерном пространстве; r_i , C_i – функции, связанные с пределами текучести материала,

$$r_1 = \sqrt{\frac{2}{3}} \sigma_{1T}; \quad r_2 = \frac{\sqrt{2} \sigma_{1T} (\sigma_{2T} + \sigma_{3T})}{\sqrt{16(\sigma_{1T})^2 - (\sigma_{2T} + \sigma_{3T})^2}}; \quad r_3 = \sqrt{2} \tau_{12T};$$

$$r_4 = \sqrt{2} \tau_{23T}; \quad r_5 = \sqrt{2} \tau_{31T}; \quad C_i = C_i(\sigma_{1T}, \sigma_{2T});$$

σ_{iT} – пределы текучести в направлении осей симметрии материала; τ_{iT} – пределы текучести материала при сдвиге в плоскостях анизотропии.

Для конструкционных сплавов в условиях статического нагружения функция R инвариантна к виду напряженного состояния [6], может быть определена из опытов на простое нагружение и линейно зависит от эффективной пластической деформации ψ :

$$R(\psi) = 1 + \xi\psi,$$

где $\psi = \int (dE_j^p dE_j^p)^{1/2}$.

В расчетах полагали, что коэффициент ξ – малая величина.

Напряжения, определенные в элементе, жестко повернутом в пространстве, пересчитываются с помощью производной Яуманна и приводятся к системе координат:

$$\frac{D\sigma^{ij}}{Dt} = \frac{d\sigma^{ij}}{dt} - \sigma^{ik}\omega_{jk} - \sigma^{jk}\omega_{ik},$$

где $\omega_{ij} = \frac{1}{2}(\nabla_j v_i - \nabla_i v_j)$.

Постановка задачи. Численно моделируется в трехмерной постановке совместное деформирование изотропного стального ударника цилиндрической формы и транслопной алюминиевой преграды. На контактной поверхности ударника и преграды реализовано условие скольжения без трения [4].

Материал преграды толщиной 40 мм – транслопный сплав Д16Т со следующими упругими и пластическими характеристиками (направление 1 соответствует направлению ударного нагружения и особой оси материала преграды Ox): плотность $\rho = 2700$ кг/м³; модули Юнга $E_1 = 92,1$ ГПа, $E_2 = E_3 = 86,7$ ГПа; коэффициенты Пуассона $\nu_{12} = 0,34$, $\nu_{31} = 0,32$, $\nu_{23} = 0,33$; модули сдвига $G_{12} = G_{13} = 31$ ГПа, $G_{23} = 33$ ГПа; $\sigma_{1T} = 350$ МПа; $\sigma_{2T} = \sigma_{3T} = 290$ МПа; $\tau_{12T} = \tau_{13T} = 300$ МПа; $\tau_{23T} = 240$ МПа; $\eta = 1$. Во всех расчетах использовали ударники цилиндрической формы с одинаковой массой, но с разными диаметрами ударников ($d_1 = 15$ мм и $d_2 = 30$ мм). Материал ударника – изотропный, сталь Ст. 3, упругопластическое течение материала ударника описывается моделью Прандтля–Рейса с использованием условия пластичности Мизеса. Предел текучести стали составляет 1 ГПа. Разрушение анизотропного материала не моделировалось с целью определения уровней достигнутой деформации в моменты изломов траекторий деформации или изменения их кривизны и исключения влияния вида используемого анизотропного критерия разрушения на результаты расчетов. Расчеты проводились методом конечных элементов, преграда и ударник разбивались на тетраэдры, суммарное количество которых приблизительно равно 3 млн. Все траектории деформации в преграде соответствуют одинаковому времени расчета ударного нагружения преграды (5 мкс) при начальной скорости ударников 600 м/с.

Результаты расчетов. На рис. 1,б показано местоположение точек в преграде под ударником, траектории деформаций которых характеризуют упругопластический процесс деформирования по классификации Ильюшина. В случае если кривизна траектории деформации в алюминиевом сплаве составляет 0,01 или более, можно полагать, что такая траектория деформации имеет малую кривизну [3]. Точки A и B находятся на контактной поверхности с ударником, C, D, E и F – на глубине $l_1 = 5$ мм под ударником, K, L, N, P – на глубине $l_2 = 10$ мм под ударником, X, Z – на глубине $l_3 = 20$ мм под ударником и Q – на глубине $l_4 = 30$ мм под ударником. При этом точки A, C, K, X, Q расположены на оси симметрии преграды и ударника Ox , точки

$B(B'), D(D'), L(L'), Z(Z')$ – на расстоянии 5 мм от оси Ox , точки $E(E'), N(N')$ – на расстоянии 10 мм от оси Ox , точки $F(F'), P(P')$ – на расстоянии 15 мм от оси Ox .

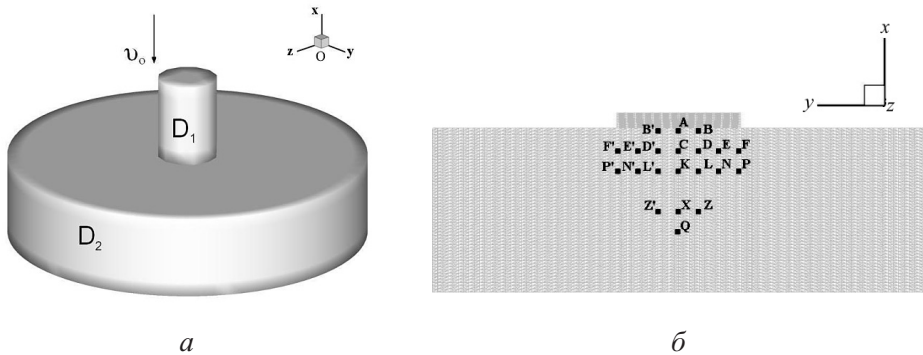


Рис. 1. Объемная начальная конфигурация ударника и преграды (а) и конфигурация дискообразного ударника и преграды в сечении xOy (б): $A, B - (B'), C, D - (D'), E - (E'), F - (F'), K, L - (L'), N - (N'), P - (P'), X, Z - (Z'), Q$ – места расположения точек, для которых определены траектории деформации.

На рис. 2–5 показаны траектории деформации в плоскости OE_1E_2 пяти-мерного пространства Ильющина в преграде при ее нагружении компактным ($d_1 = 15$ мм) или дискообразным ($d_2 = 30$ мм) ударником.

На рис. 2 представлены траектории деформации в т. A и B преграды, находящихся на контактной поверхности с ударником. Для ударников обоих видов излом траектории деформации возникает уже в момент времени 0,3 мкс, уровень достигнутой при этом деформации в направлении удара зависит от кинематических условий нагружения (в данном случае он составляет приблизительно 10%). При наличии в математической модели условия разрушения материал преграды на контактной поверхности мог быть разрушен, поэтому излом траектории деформации находится потенциально уже не в зоне пластического деформирования материала. Определение траекторий деформации в области траекторий малой кривизны имеет значение только для пластических деформаций, причем очевидно, что для зоны контактной поверхности можно применять теорию течения для дискообразных и компактных ударников. Для компактных ударников излома траекторий деформации в преграде на контактной поверхности не наблюдается (рис. 2).

При нагружении дискообразным ударником формируется волна сжатия, близкая к плоской волне, и в этом случае волна разгрузки догоняет волну сжатия позже, чем при нагружении компактным ударником или удлиненным, поэтому удобнее рассматривать возникновение излома траектории деформации на примере дискообразных ударников. В случае если при численном моделировании не учитывать деформирование ударника, зависимость деформации от времени на контактной поверхности в преграде по направлению оси Ox достигает больших значений в один момент времени, излом траекторий деформации для точек преграды, находящихся на контактной поверхности, будет возникать в тот же момент времени, но деформация по E_2 достигает 12,5%. На рис. 6,а показаны зависимости деформации от времени в преграде

по направлению оси Ox в т. A для деформируемого и недеформируемого дискообразных ударников, при этом первоначальное время изменения знака приращения деформации в обоих случаях совпадает (0,3 мкс). Время возникновения излома траектории деформации представлено на рис. 6. Поскольку при использовании разностных схем фронт ударной волны “размазывается” примерно на четыре расчетные ячейки (четыре слоя), через 0,3 мкс при использовании обоих (деформируемого и недеформируемого) ударников фронт волны сжатия уходит с контактной поверхности в глубь преграды. В расчетах линейный размер ячейки материала преграды составляет менее 1 мм, время выдачи результатов расчетов – 0,1 мкс.

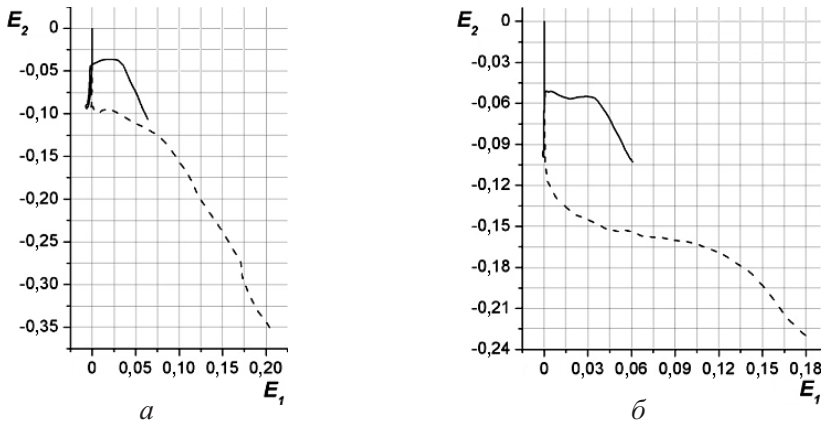


Рис. 2. Траектории деформации в т. A – a и т. $B(B')$ – b на контактной поверхности в преграде при ударном нагружении компактным и дискообразным цилиндрическими деформируемыми ударниками. (Здесь и на рис. 3–5, 7: штриховые линии – $d_1 = 15$ мм, сплошные – $d = 30$ мм.)

Время возникновения второго излома траектории деформации связано с прохождением волны разгрузки через точку. В случае нагружения компактным ударником волна разгрузки, идущая от свободных поверхностей ударника и преграды, доходит до т. D на 0,6 мкс быстрее, чем до т. C . Это иллюстрирует рис. 7, где штриховыми линиями показаны деформации в преграде в т. C и D в зависимости от времени при нагружении компактным ударником. Время появления второго изгиба траектории деформации для т. D составляет 1,5 мкс, для т. C – 2,1 мкс, т.е. время запаздывания равно 0,6 мкс. Таким образом, изломы, или изгибы траекторий деформации в точках преграды связаны с прохождением волн сжатия и разгрузки. Для ударника дискообразной формы возникновение изгиба происходит аналогично. Время прихода волны разгрузки в т. C от свободных поверхностей больше на 0,8 мкс, чем в точку D . Из рис. 7, a видно, что второй изгиб кривой траектории деформации происходит в момент времени 3,2 мкс (т. C), из рис. 7, b – 2,5 мкс. Время второго изгиба траектории деформации определяется временем не прихода, а ухода волны разгрузки из точки вследствие “размазывания” фронта в разностных схемах.

Для точек преграды, находящихся на глубине 5 мм от контактной поверхности, если они расположены под ударниками, характер траекторий деформации аналогичен: изломы возникают в т. C и D при нагружении диско-

образным ударником при уровне достигнутой деформации 9...10% – рис. 3. Траектории деформации для т. C и D (D') показаны на рис. 3,а и 3,б. Первый излом соответствует времени 0,3 мкс. Для точек E и F , которые в случае нагружения компактным ударником находятся под свободной поверхностью преграды, деформации в направлении удара уже растягивающие, поэтому траектории деформации имеют вид траекторий малой кривизны (на рис. 3,в,г штриховые линии).

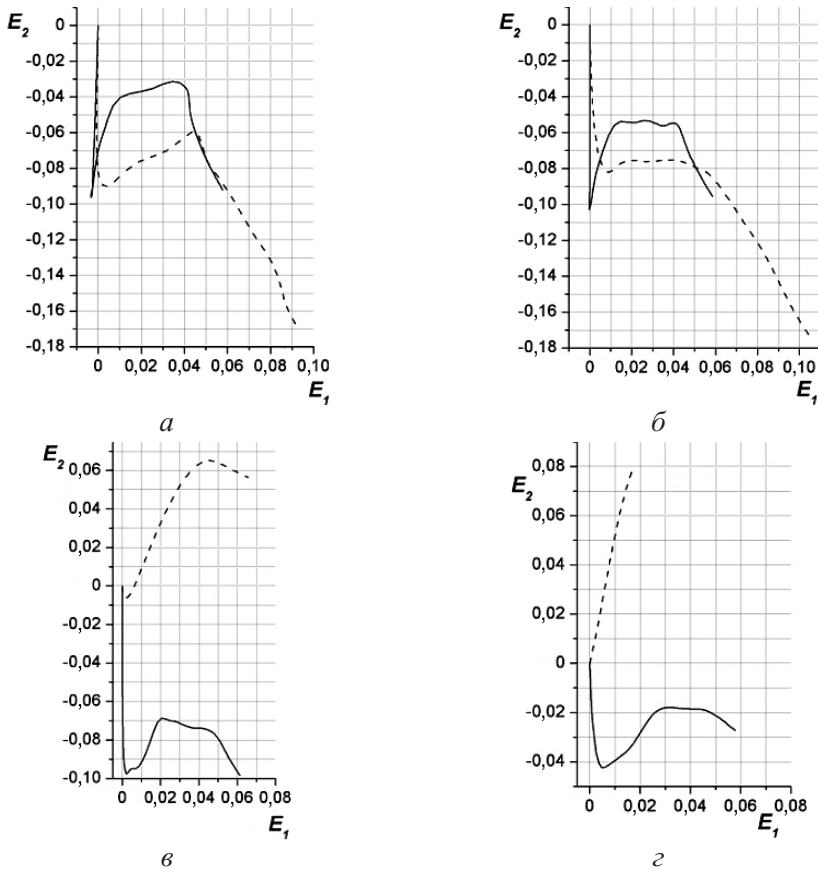


Рис. 3. Траектории деформации на глубине 5 мм в преграде при ударном нагружении компактным и дискообразным цилиндрическими деформируемыми ударниками в т. C , т. $C'(35; 0; 0)$ – а, т. D , т. $D'(35; 5; 0)$ – б, т. E , т. $E'(35; 10; 0)$ – в, т. F , т. $F'(35; 15; 0)$ – г.

Для точек преграды, находящихся на глубине 10 мм под контактной поверхностью, для случая нагружения дискообразным ударником траектории деформации можно классифицировать как траектории большой кривизны, уровень достигнутой деформации составляет 9,5%. Для случая нагружения компактным ударником траектории деформации вдоль оси Ox достигает меньших значений (4,5...6,5%), но имеют большие радиусы кривизны.

Для точек преграды, не находящихся под ударником, траектории деформации не имеют изломов. Деформации в т. E , F , N , P при нагружении преграды компактным ударником (штриховые линии) до глубины 10 мм можно классифицировать как траектории малой кривизны (рис. 3,в,г и 4,в,г).

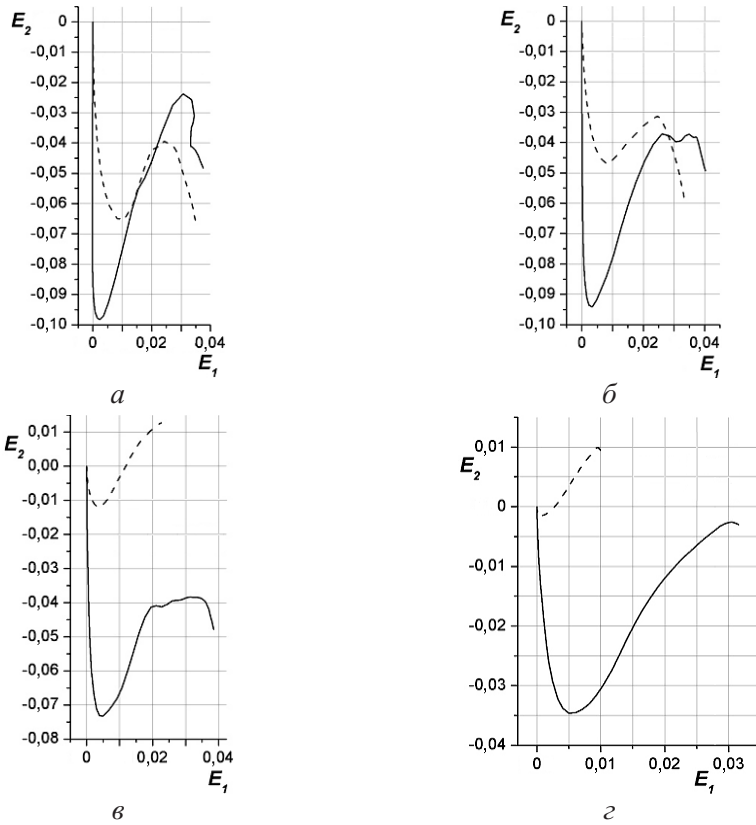


Рис. 4. Траектории деформации на глубине 10 мм в преграде при ударном нагружении компактным и дискообразным цилиндрическими деформируемыми ударниками: а – т. $K(30; 0; 0)$; б – т. L , т. $L'(30; 5; 0)$; в – т. $N(30; 10; 0)$; г – т. P , т. $P'(30; 15; 0)$.

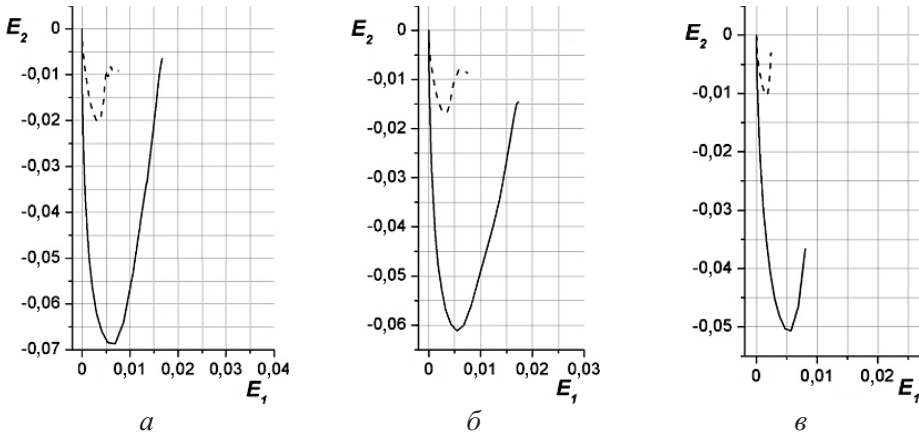


Рис. 5. Траектории деформации на глубине 20 мм в преграде при ударном нагружении компактным и дискообразным цилиндрическими деформируемыми ударниками: а – т. $X(20; 0; 0)$; б – т. Z , т. $Z'(20; 5; 0)$; в – т. $Q(15; 0; 0)$.

По мере удаления от места приложения нагрузки уровень деформаций снижается, а путь деформирования, в пределах которого происходит возврат функции интенсивности напряжений на кривую текучести, является констан-

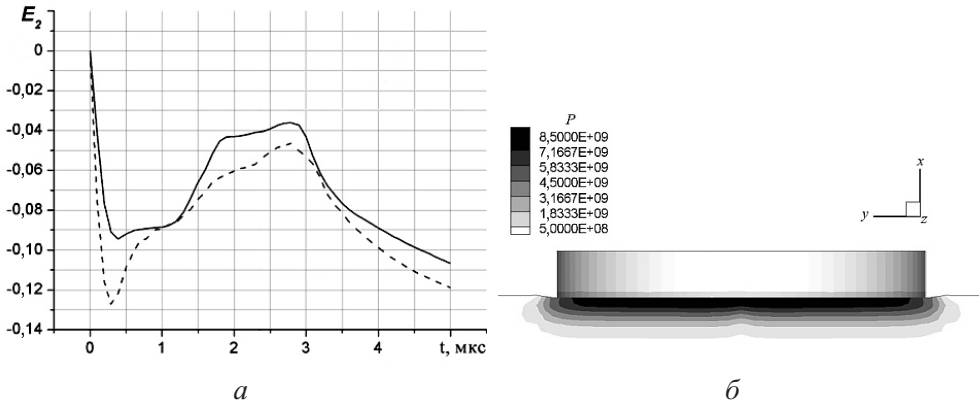


Рис. 6. Деформации в преграде по направлению оси Ox в т. A при нагружении деформируемым (сплошные линии) и недеформируемым (штриховая линия) дискообразными ударниками (a) и распространение волны сжатия в преграде в момент времени 0,3 мкс (b). (Размеры ударника: $3,75 \times 30$ мм, P – давление, измеряемое в Па.)

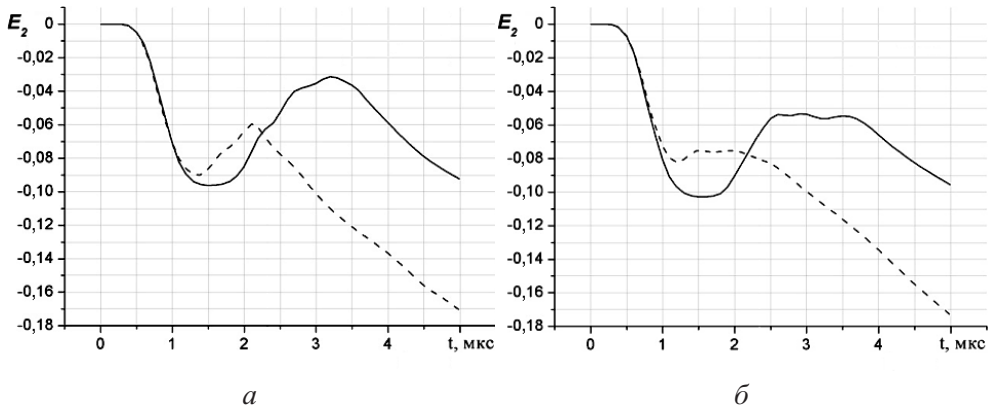


Рис. 7. Зависимости деформации в т. C – a и т. $D(D')$ – b в преграде на глубине 5 мм по направлению оси Ox от времени.

той материала. Поэтому траектории деформации имеют уже среднюю или большую кривизну, что иллюстрируют типичные траектории деформации, показанные на рис. 5 для т. X , Z и Q . При большем времени расчета через эти точки дополнительно проходят отраженные волны сжатия и разгрузки, вследствие чего на кривых деформации возникают изгибы. С увеличением скорости ударного нагружения вид траекторий деформации в преграде под ударником можно классифицировать как траектории с изломами, хотя они будут находиться в зоне разрушения материала. Существенна зависимость вида этих траекторий деформации от геометрических параметров ударника. При нагружении ударниками компактной или удлиненной формы волны разгрузки, формирующиеся на свободных поверхностях, снижают уровень деформации, возникающей в момент излома траекторий деформации. При ударном нагружении анизотропной преграды вид траекторий деформации в основном определяется зависимостью от времени компоненты деформации в направлении, совпадающем с направлением ударного нагружения.

Выводы

1. При численном моделировании ударного нагружения преграды из анизотропного материала в зоне, находящейся непосредственно под ударником, траектории деформации можно классифицировать как траектории деформации с изломами, причем первый излом соответствует уровню достигнутых деформаций, превышающих пластические.

2. Излом траекторий деформации в преграде на контактной поверхности и под контактной поверхностью возникает в результате прохождения волны сжатия в момент спада напряжения.

Работа выполнена по проекту 3.6.1.2 программы фундаментальных исследований СО РАН.

Резюме

Розглянуто траєкторії деформації, що виникають в анізотропній алюмінієвій перешкоді при її ударному навантаженні. Розрахунки виконано в тривимірній постановці методом скінченних елементів. Показано зв'язок між зломами траєкторій деформацій в різних точках перешкоди і хвильовою картиною деформування.

1. Косарчук В. В., Ковальчук Б. И. К формулировке закона запаздывания векторных свойств начально анизотропных материалов // Пробл. прочности. – 1986. – № 11. – С. 3 – 6.
2. Ковальчук Б. И., Косарчук В. В. Определяющие уравнения процессов деформирования малой кривизны для материалов, не удовлетворяющих постулату изотропии // Там же. – 1988. – № 10. – С. 3 – 6.
3. Ильющин А. А. Пластичность. – М.: Изд-во АН СССР, 1963. – 271 с.
4. Кривошеина М. Н., Коньшева И. Ю., Козлова М. А. Разрушение и упругопластическое деформирование анизотропных материалов при динамическом нагружении // Механика композиционных материалов и конструкций. – 2006. – 12, № 4. – С. 502 – 512.
5. Косарчук В. В., Ковальчук Б. И., Лебедев А. А. Теория пластического течения анизотропных сред. Сообщ. 1. Определяющие соотношения // Пробл. прочности. – 1986. – № 4. – С. 50 – 57.
6. Косарчук В. В., Ковальчук Б. И., Мельников С. А. Экспериментальная проверка определяющих соотношений теории пластического течения анизотропных сред // Там же. – 1991. – № 11. – С. 19 – 24.

Поступила 10. 07. 2008