

Влияние параметров локального повреждения регулярной системы на спектр собственных частот колебаний и вибронпряженность однотипных элементов

И. Г. Токарь, А. П. Зиньковский

Институт проблем прочности им. Г. С. Писаренко НАН Украины, Киев, Украина

Изложены результаты экспериментальных исследований по определению влияния параметров повреждения типа модели краевой открытой трещины (глубина и местоположение) на формирование спектра собственных частот и вибронпряженность однотипных элементов регулярной системы. В результате их сравнения с данными расчетов получено удовлетворительное совпадение.

Ключевые слова: регулярная система, подсистема, расстройка частот колебаний, повреждение, вибронпряженность.

Введение. Многие узлы современных машин обладают конструктивной регулярностью. В первую очередь это относится к лопаточным венцам рабочих колес турбомашин, которые обладают, как правило, конструктивной поворотной симметрией, представляющей особый вид регулярности. Однако из-за наличия различных технологических факторов рассматриваемые системы изготавливаются с неизбежными отклонениями в идентичности и периодичности расположения однотипных элементов, в данном случае лопаток. Эти отклонения обуславливают различие в упругих, инерционных и диссипативных характеристиках, которые интегрально определяют расстройку частот и характеристик демпфирования колебаний однотипных элементов регулярной системы. Анализ теоретических и экспериментальных исследований влияния расстройки частот лопаток на формирование колебаний венцов показывает, что она приводит к изменению фундаментальных свойств спектров собственных колебаний и возникновению разброса амплитуд резонансных вибронпряжений [1–3].

В условиях эксплуатации один или несколько однотипных элементов исследуемой системы могут иметь повреждения типа усталостных трещин, забоин и прочее, которые фактически также приводят к нарушению ее регулярности. Анализ научно-технической литературы показывает, что большинство известных исследований в основном посвящено изучению влияния повреждений на закономерности колебаний одиночных конструктивных элементов (например, стержни, балки, валы, пластины, лопатки) [4–7]. Авторам известно ограниченное количество публикаций, посвященных исследованию влияния таких повреждений на формирование колебаний регулярных систем типа пакетов или венцов рабочих лопаток турбомашин [8–10]. Более того, работы [8, 9] носят расчетный характер. Результаты экспериментальных исследований по определению влияния повреждения типа краевой открытой трещины в виде паза на частоты и формы колебаний простейшей модели регулярной системы, состоящей из двух однотипных стержневых элементов,

Для определения уровня деформаций в окрестности повреждения одного из стержней третий образец дополнительно препарировали на относительном расстоянии от заделки $\bar{l} = l/L = 0,5$ тензорезисторами T_3 на рабочей поверхности неповрежденного стержня и T_4 на рабочей поверхности поврежденного стержня, противоположной расположению паза.

Результаты испытаний. Экспериментальные исследования выбранных образцов по определению спектра собственных частот колебаний и вибронапряженности проводились при варьировании как глубины паза, так и его местоположения.

Перед проведением испытаний в соответствии с постановкой задачи осуществлялась настройка строгой регулярности образцов, заключающаяся в равенстве собственных частот колебаний f_j ($j=1, 2$) стержней в изолированном состоянии, что достигалось следующим образом. Известно, что в силу фундаментальных свойств колебаний рассматриваемой системы в случае ее строгой регулярности при их кинематическом возбуждении возможна лишь синфазная форма колебаний стержней. При этом ее резонансная частота колебаний f_0 будет совпадать с собственными частотами стержней, т.е. будет справедливо следующее равенство частот колебаний: $f_0 = f_1 = f_2$. Для достижения такого состояния колебательной системы при ее испытаниях упругоинерционные свойства стержней изменялись так, чтобы выполнялось указанное равенство, что подтверждалось показаниями частотомера. Кроме того, точная настройка регулярности системы контролировалась амплитудой напряжений σ_0 в корневом сечении каждого из стержней, которые деформировались по первой изгибной форме. Значения частоты колебаний f_0 и напряжений σ_0 принимались за базовые, в дальнейшем они использовались для сравнения соответствующих характеристик системы при нарушении ее регулярности вследствие повреждения второго стержня ($j=2$).

Прежде чем перейти к анализу характеристик колебаний исследуемой системы при наличии повреждения, рассмотрим их влияние на собственную частоту колебаний отдельного стержня. Для обеспечения изолированности стержней в составе связанной системы к одному из них крепился груз массой, которая обеспечивала бы снижение его частоты колебаний на два порядка, обуславливая таким образом фактически несвязанность их колебаний при испытаниях образца.

На рис. 2 представлены зависимости относительной собственной частоты колебаний $\bar{f}_2 = f_2/f_0$ поврежденного стержня и расстройки частот

$$\Delta\bar{f} = \left| \frac{f_1 - f_2}{f_0} \right| \cdot 100\%$$

стержней от относительной глубины паза \bar{a} для различных значений параметра \bar{l} , характеризующего его местоположение по длине стержня. Как видно, характер зависимостей плавный и непрерывный. При этом для различных местоположений паза одной и той же величине приращения его относительной глубины соответствует разное изменение относительной частоты колебаний f_2 (рис. 2,а), максимум которого наблюдается при $\bar{l} = 0,08$, минимум –

при $\bar{l} = 0,786$. Это означает, что и расстройка частот колебаний $\Delta\bar{f}$ стержней зависит от указанных параметров повреждения, что важно при определении закономерностей формирования резонансных колебаний расстроенных регулярных систем вследствие повреждений их однотипных элементов.

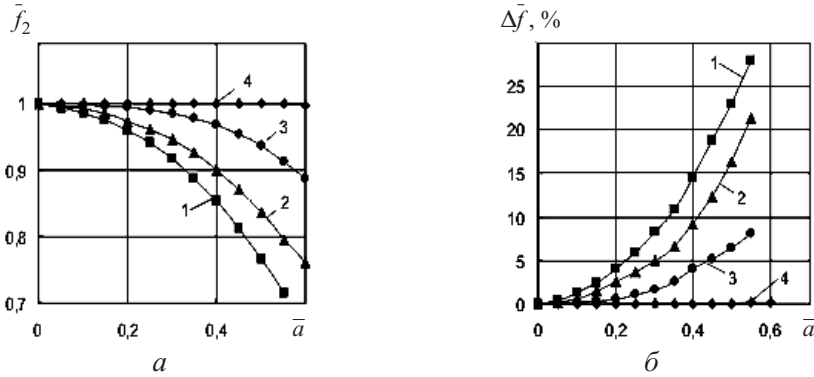


Рис. 2. Зависимости изменения относительной собственной частоты изолированного поврежденного стержня (а) и расстройки частот стержней (б) от относительной глубины паза для различных значений относительного его местоположения \bar{l} по длине стержня, равного 0,08 (1), 0,25 (2), 0,50 (3), 0,786 (4).

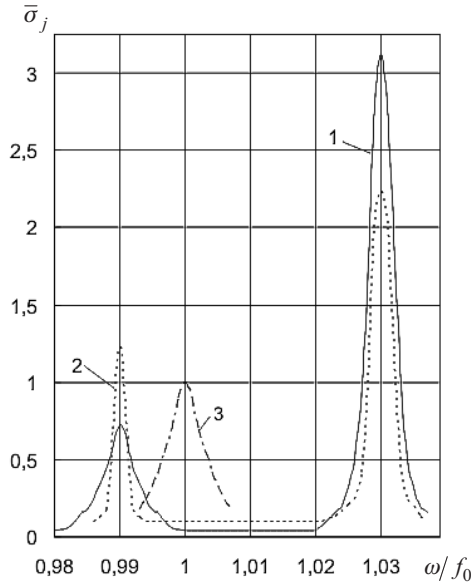


Рис. 3. Амплитудно-частотные характеристики исследуемой регулярной системы: 1 – неповрежденный стержень; 2 – поврежденный посередине рабочей длины ($\bar{l} = 0,5$) с относительной глубиной паза $\bar{a} = 0,3$ и соответствующей ей расстройкой $\Delta\bar{f} = 1,65\%$; 3 – повреждение отсутствует, $\bar{a} = 0$ и $\Delta\bar{f} = 0$.

В процессе испытаний при выбранных параметрах повреждения образцов определялись амплитудно-частотные характеристики (рис. 3). Их анализ позволяет однозначно установить закономерности влияния повреждений на формирование колебаний исследуемой системы. Так, подтверждается известный факт [10, 11], что при расстройке одного из стержней как вследствие

допусков на его изготовление, так и повреждения при эксплуатации в спектре колебаний системы, несмотря на их синфазное возбуждение, имеют место две формы, близкие к синфазной и антифазной.

Рассмотрим влияние выбранных параметров повреждения на характеристики резонансных колебаний стержней.

На основании обработки полученных по данным измерения деформаций тензорезисторами T_1 и T_2 амплитудно-частотных характеристик определялись зависимости относительных амплитуд $\bar{\sigma}_j = \sigma_j / \sigma_0$ резонансных напряжений, соответствующих возбуждаемым синфазной ($\bar{\sigma}_j^c$) и антифазной ($\bar{\sigma}_j^a$) формам колебаний системы, от относительной глубины паза \bar{a} для различных его местоположений по длине стержня (рис. 4). Видно, что при синфазных колебаниях системы (рис. 4,а) указанные зависимости для поврежденного стержня не зависят от местоположения паза по его длине плавно и монотонно возрастают, для неповрежденного – соответственно убывают. Однако степень возрастания – убывания резонансных напряжений при данной глубине паза существенно зависит от его местоположения.

Совершенно иной характер имеют рассматриваемые зависимости амплитуд резонансных напряжений стержней при их антифазных колебаниях (рис. 4,б). В этом случае как для поврежденного, так и неповрежденного стержней имеет место экстремум, положение которого определяется параметрами повреждения.

Анализ полученных результатов позволяет сделать однозначный вывод, что повреждение как источник эксплуатационной расстройки регулярности системы обуславливает разброс уровня вибронпряженности стержней, который зависит от глубины и местоположения паза.

Учитывая, что максимальная вибронпряженность исследуемой колебательной системы имеет место при антифазных формах колебаний стержней, в табл. 1 приведены характеризующие ее максимальные значения относительных резонансных амплитуд вибронпряжений $\bar{\sigma}_j^a$, относительной глубины паза \bar{a} и расстройки частот Δf стержней. Представленные данные иллюстрируют отмеченное выше влияние параметров повреждения на вибронпряженность системы. Как видно, более напряженным является неповрежденный стержень, поскольку его собственная частота колебаний более близка к собственной частоте антифазной формы колебаний системы, что соответствует фундаментальным закономерностям колебаний расстроенной системы двух упругосвязанных маятников [13]. Так, максимальный уровень амплитуд резонансных напряжений на 25...40% выше, чем поврежденного стержня, не зависимо от местоположения паза по отношению к заделке образца. Однако с удалением паза от заделки максимумы амплитуд резонансных напряжений смещаются в сторону больших значений относительной глубины паза \bar{a} и таким образом имеют место при большей расстройке частот колебаний стержней. Кроме того, наблюдается несовпадение максимумов вибронпряженности стержней. Так, максимум $(\bar{\sigma}_1^a)_{\max}$ амплитуд резонансных напряжений неповрежденного стержня отмечается при больших значениях \bar{a} , чем соответствующий максимум $(\bar{\sigma}_2^a)_{\max}$ поврежденного стержня.

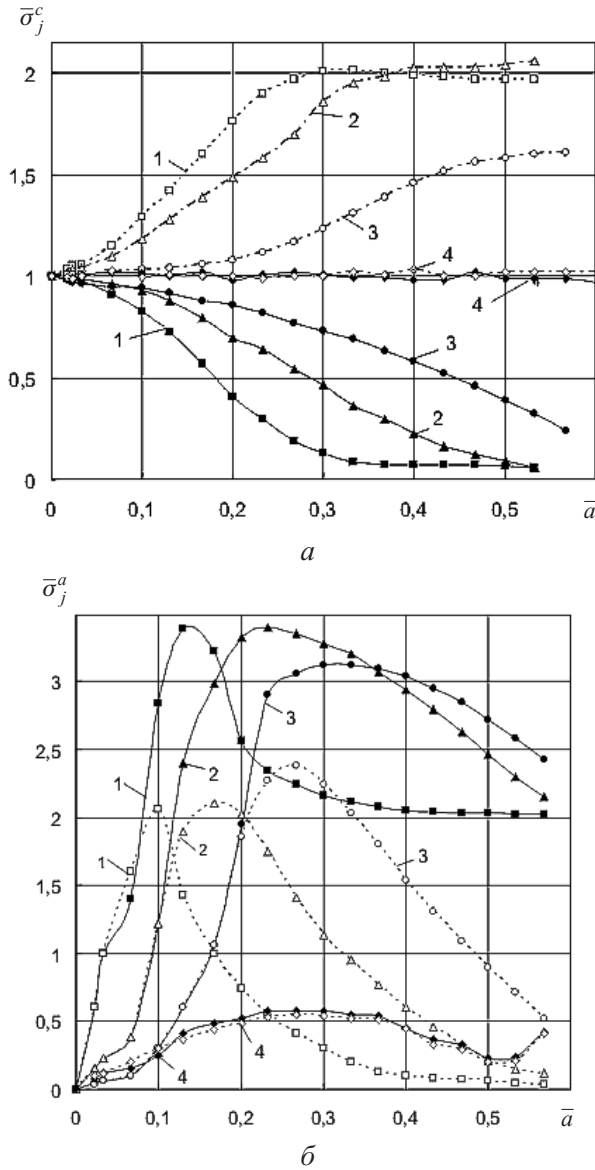


Рис. 4. Зависимости относительных амплитуд резонансных напряжений в корневых сечениях неповрежденного (сплошные линии) и поврежденного (штриховые линии) стержней образца при их синфазных (а) и антифазных (б) колебаниях от относительной глубины паза для различных значений относительного его местоположения \bar{l} по длине стержня, равного 0,08 (1), 0,25 (2), 0,50 (3), 0,786 (4).

Представленные выше результаты анализа получены на основании данных измерения деформаций тензорезисторами T_1 и T_2 (рис. 1), и, следовательно, максимальные значения амплитуд резонансных напряжений $(\bar{\sigma}_1^a)_{\max}$ и $(\bar{\sigma}_2^a)_{\max}$ отвечают таковым в корневом сечении соответствующих стержней. Это не позволяет прийти к заключению, определяют ли они максимальную относительную вибронпряженность образца при наличии локального повреждения одного из стержней.

Т а б л и ц а 1

Данные испытаний, характеризующие максимальную вибронпряженность стержней образца с повреждением

\bar{l}	Неповрежденный стержень			Поврежденный стержень		
	$(\bar{\sigma}_1^a)_{\max}$	\bar{a}	$\bar{\Delta f}, \%$	$(\bar{\sigma}_2^a)_{\max}$	\bar{a}	$\bar{\Delta f}, \%$
0,08	3,39	0,13	1,41	2,06	0,10	0,58
0,25	3,40	0,23	2,57	2,11	0,17	1,07
0,50	3,12	0,30	1,65	2,38	0,27	0,845

Для решения этой задачи по данным измерения деформаций тензорезисторами T_3 и T_4 были определены зависимости относительных амплитуд резонансных напряжений стержней для возбуждаемых синфазной и антифазной форм колебаний системы от относительной глубины паза, аналогичные представленным на рис. 4. На рис. 5 подобные зависимости приведены для поврежденного стержня, соответствующие как его корневому сечению, так и сечению в месте расположения паза. Сравнение зависимостей показывает, что их характер не зависит от места регистрации резонансных напряжений. Однако их уровень возрастает в месте расположения повреждения. Так, максимальный уровень относительных резонансных амплитуд напряжений при антифазной форме колебаний рассматриваемого стержня имеет место вблизи паза и достигает 3,59, при синфазной – 1,71 при относительной его глубине $\bar{a} = 0,23$. Значения этих напряжений в корневом сечении стержня равны 2,39 и 1,14 соответственно при той же глубине паза.

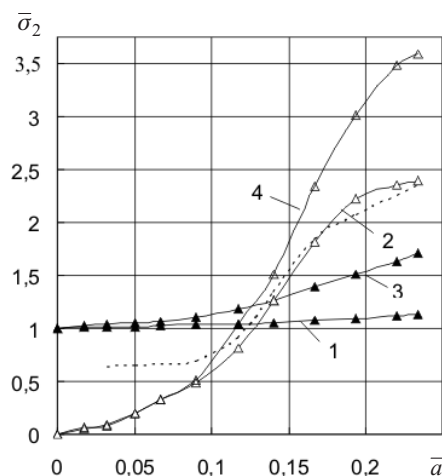


Рис. 5. Зависимости относительных амплитуд резонансных напряжений в корневом сечении (1 и 2) и в месте расположения паза (3 и 4) при синфазных (\blacktriangle) и антифазных (\triangle) колебаниях от относительной глубины паза при $\bar{l} = 0,5$. (Штриховая линия – расчетная зависимость [14], соответствующая экспериментальной кривой 2.)

Таким образом, результаты проведенных экспериментальных исследований свидетельствуют о существенном влиянии параметров модели открытой краевой трещины на вибронпряженность регулярной системы.

Сравнение результатов эксперимента расчетными данными. Было выполнено сравнение полученных данных экспериментальных исследований по определению влияния параметров модели открытой краевой трещины на характеристики колебаний рассматриваемой регулярной системы с результатами проведенных в Институте проблем машиностроения им. А. П. Подгорного НАН Украины вычислительных экспериментов [14].

Расчеты в линейной постановке, по аналогии с выполненными экспериментами, проводились с использованием конечноэлементной модели образца камертонного типа (рис. 1) при варьировании как глубины паза, так и места его расположения по длине второго стержня ($j = 2$).

Проанализируем результаты расчетного и экспериментального определения частотных характеристик исследуемой колебательной системы (табл. 2). Сопоставление абсолютных значений собственных частот возбуждаемых форм колебаний образца в выбранном диапазоне значений глубины паза показывает, что их расхождение не превышает 4% при синфазных колебаниях и 5% – при антифазных. При этом их относительные значения практически совпадают, так как они исключают влияние закрепления образца, погрешности регистрируемой аппаратуры и другие факторы.

Т а б л и ц а 2

Результаты расчетного (над чертой) и экспериментального (под чертой) определения собственных частот колебаний образца

\bar{l}	Частотные характеристики образца	Значения частотных характеристик образца при \bar{a} , равных					
		0	0,067	0,133	0,267	0,400	0,533
0,08	f_c , Гц	<u>354,5</u> 344,88	<u>353,35</u> 343,58	<u>349,95</u> 339,14	<u>332,64</u> 326,43	<u>300,50</u> 299,96	<u>254,54</u> 257,12
	\bar{f}_c	1,03	1,03	1,03	1,02	1,00	0,99
	f_a , Гц	<u>373,30</u> 357,20	<u>372,16</u> 356,63	<u>369,86</u> 354,10	<u>366,10</u> 352,36	<u>364,62</u> 351,51	<u>364,04</u> 350,80
	\bar{f}_a	1,04	1,04	1,04	1,04	1,04	1,04
0,25	f_c , Гц	<u>354,50</u> 346,15	<u>353,89</u> 344,59	<u>352,19</u> 343,87	<u>343,39</u> 335,39	<u>324,74</u> 318,74	<u>290,57</u> 283,29
	\bar{f}_c	1,02	1,03	1,02	1,02	1,02	1,03
	f_a , Гц	<u>373,3</u> 357,45	<u>372,67</u> 357,62	<u>371,19</u> 356,62	<u>367,63</u> 353,69	<u>365,42</u> 352,45	<u>364,38</u> 351,94
	\bar{f}_a	1,04	1,04	1,04	1,04	1,03	1,03
0,50	f_c , Гц	<u>354,50</u> 341,58	<u>354,38</u> 341,09	<u>353,98</u> 340,48	<u>352,19</u> 339,02	<u>347,77</u> 334,16	<u>336,98</u> 323,06
	\bar{f}_c	1,04	1,04	1,04	1,04	1,04	1,04
	f_a , Гц	<u>373,30</u> 355,53	<u>373,18</u> 355,17	<u>372,75</u> 352,61	<u>371,15</u> 351,83	<u>368,82</u> 349,81	<u>366,44</u> 347,80
	\bar{f}_a	1,05	1,05	1,05	1,05	1,05	1,05

Полученные расчетным путем зависимости относительных амплитуд резонансных напряжений конечноэлементной модели образца камертонного типа для возбуждаемых форм колебаний от относительной глубины паза для тех же параметров повреждения, которые были приняты при испытаниях, показывают их хорошее согласование с экспериментальными данными. Подтверждением этого служит приведенная на рис. 5 в качестве примера указанная зависимость для поврежденного стержня при антифазных колебаниях в случае расположения паза на относительном расстоянии от заделки $\bar{l} = 0,5$.

Таким образом, представленные результаты сравнения экспериментальных исследований с расчетными свидетельствуют об их удовлетворительном согласовании. Это позволяет использовать их для определения закономерностей колебаний реальных систем, обладающих регулярностью, например пакетов парных лопаток, при наличии повреждений типа открытой краевой трещины.

Выводы

1. Результаты выполненных экспериментальных исследований колебаний простейшей регулярной системы типа камертонного образца подтверждают возможность возбуждения двух форм ее колебаний, близких к синфазным и антифазным, при наличии открытой краевой трещины.

2. Установлены закономерности влияния таких параметров повреждения, как глубина паза и его местоположение по длине стержня как однотипного элемента регулярной системы, на ее частотные характеристики и разброс уровня вибронпряженности стержней. Достоверность полученных экспериментальных и расчетных результатов исследований подтверждается хорошим их совпадением.

Резюме

Викладено результати експериментальних досліджень щодо визначення впливу параметрів пошкодження типу моделі крайової відкритої тріщини (глибина і місцерозташування) на формування спектра власних частот та вибронпруженість однотипних елементів регулярної системи. У результаті порівняння їх із розрахунковими даними отримано задовільну збіжність.

1. *Иванов В. П.* Колебания рабочих колес турбомашин. – М.: Машиностроение, 1983. – 224 с.
2. *Воробьев Ю. С.* Колебания лопаточного аппарата турбомашин. – Киев: Наук. думка, 1988. – 224 с.
3. *Зіньковський А. П.* Зв'язані коливання регулярних механічних систем з порушеною симетрією: Автореф. дис. ... д-ра техн. наук. – Київ, 1996. – 35 с.
4. *Матвеев В. В., Бовсуновский А. П.* К определению вибрационных характеристик стержня с закрывающейся трещиной при изгибных колебаниях // Пробл. прочности. – 2000. – № 3. – С. 5 – 23.

5. *Krawczuk M. and Ostachowicz W.* Damage indicators for diagnostic of fatigue cracks in structures by vibration measurements – a survey // *J. Theor. Appl. Mech.* – 1996. – **34**, No. 2. – P. 307 – 326.
6. *Rytter A.* Vibrational based inspection of civil engineering structures // PhD Thesis, Fracture & Dynamics, Paper No. 44, Department of Building Technology and Structural Engineering, University of Aalborg (Denmark), 1993. – 193 p.
7. *Матвеев В. В., Бовсуновский А. П., Токарь И. Г.* Методы вибрационной диагностики элементов конструкций с трещинами // *Вибрации в технике и технологиях.* – 2001. – № 4 (20). – С. 31 – 35.
8. *Kuang J. H. and Huang B. W.* The effect of blade crack on the mode localization of a rotating bladed disk // *J. Sound Vibr.* – 1999. – **227**, No. 1. – P. 85 – 103.
9. *Воробьев Ю. С., Романенко В. Н., Тишковец Е. В., Стороженко М. А.* Колебания турбинных лопаток с повреждениями // *Вибрации в технике и технологиях.* – 2004. – № 5 (37). – С. 47 – 51.
10. *Токарь И. Г., Зиньковский А. П.* Исследование влияния повреждений однотипных элементов на колебания регулярных систем // *Пробл. прочности.* – 2006. – № 2. – С. 39 – 46.
11. *Адаменко А. Я., Токарь И. Г., Зиньковский А. П., Матвеев В. В.* К исследованию демпфирующей способности стержней в поле центробежных сил // *Там же.* – 1983. – № 8. – С. 89 – 93.
12. *Писаренко Г. С., Яковлев А. П., Матвеев В. В.* Справочник по сопротивлению материалов. – Киев: Наук. думка, 1975. – 704 с.
13. *Стрелков С. П.* Введение в теорию колебаний. – М.; Л.: Гостехтеориздат, 1951. – 344 с.
14. *Воробьев Ю. С., Стороженко М. А.* Анализ колебаний систем лопаток турбомашин с повреждениями // *Авіац.-косм. техніка і технологія.* – 2007. – Вип. № 8/44. – С. 132 – 134.

Поступила 18. 09. 2008